

# **Семь инструментов контроля качества.**



Подготовлено в Инновационном  
Технологическом Центре МАТИ при  
финансовой поддержке Фонда  
содействия развитию малых форм  
предприятий в научно-технической  
сфере

© Барабанова О.А., Васильев В.А.,  
Одинокоев С.А.

## ОГЛАВЛЕНИЕ

<b>Введение</b>	стр. 4
<b>Контрольные листки</b>	5
Контрольный листок для регистрации распределения измеряемого параметра	6
Контрольный листок для регистрации распределения измеряемого параметра	9
Контрольный листок локализации дефектов	9
Контрольный листок причин дефектов	11
<b>Причинно-следственная диаграмма Исикавы</b>	13
<b>Анализ Парето</b>	17
<b>Гистограмма</b>	24
<b>Стратификация</b>	35
<b>Диаграмма разброса</b>	38
<b>Контрольные карты</b>	49
Контрольная карта индивидуальных значений ( $X$ )	52
Контрольная карта средних значений и размахов ( $\bar{X}$ -R)	56
Контрольная карта средних значений и средних квадратичных отклонений ( $\bar{X}$ -S)	61
Контрольная карта числа дефектных изделий в партии (pn)	64
Контрольная карта доли дефектной продукции (p)	67
Контрольная карта числа дефектов в партии (c)	70
Контрольная карта числа (доли) дефектов на единицу изделия (U)	71
<b>Список использованной литературы</b>	75

## Введение

Контроль качества – это одна из основных функций в процессе управления качеством. Значение контроля заключается в том, что он позволяет вовремя выявить ошибки, чтобы затем оперативно исправить их с минимальными потерями.

Контроль качества осуществляется путем сравнения запланированного показателя качества с действительным его значением. Собственно контроль качества и состоит в том, что, проверяя показатели качества обнаружить их отклонение от запланированных значений. В случае обнаружения такого отклонения необходимо найти причину его появления, и после корректировки процесса вновь проверить соответствие скорректированных показателей качества их запланированным значениям. Именно по такому непрерывному циклу осуществляется управление и обеспечение требуемого качества, и дальнейшее его улучшение.

Требования к качеству устанавливаются и фиксируются в нормативных и нормативно-технических документах: государственных, отраслевых, фирменных стандартах, технических условиях на продукцию и т.п.

Отклонение качества продукции от заданных параметров происходит, как правило, в худшую сторону и имеет общие и частные проявления.

К числу общих относится моральный износ, физическое и моральное старение продукции, то есть потеря первоначальных свойств при эксплуатации и старении.

Частные отклонения качества от установленных требований чрезвычайно разнообразны и обусловлены уже не экономической и технологической природой, а условиями внешнего характера: нарушениями правил эксплуатации, ошибками разработчиков и изготовителей, нарушениями производственной дисциплины, дефектами оборудования, с помощью которого изготавливается и используется продукция и т.д.

Поэтому можно утверждать, что качество продукции находится в постоянном движении. Следовательно, качество определяет собой хронически неустойчивый объект, требующий контроля.

Научной основой современного технического контроля является математико-статистические методы. Управление качеством продукции может обеспечиваться двумя методами: посредством разбраковки изделий и путем повышения технологической точности. Издавна методы контроля сводились, как правило, к анализу брака путем сплошной проверки изделий на выходе. При массовом производстве такой контроль очень дорог: контрольный аппарат должен в пять – шесть раз превышать количество производственных рабочих, и даже при этом нет полной гарантии от брака. Поэтому от сплошного контроля переходят к выборочному с применением статистических методов обработки результатов.

Один из основоположников применения статистических методов при серийном производстве американский специалист У.А. Шухарт писал: «В течение длительного времени эффективность статистики будет зависеть в меньшей степени от существования отряда статистиков, имеющих превосходную подготовку, чем от подготовки всего поколения, воспитанного в духе статистики, с физиками, химиками, инженерами и многими другими специалистами, которые будут отвечать в той или иной мере за подготовку и управление новыми процессами производства».

Какие же статистические методы следует использовать? Ответ в значительной степени зависит от специалистов, но существует принцип, согласно которому важность статистического метода равна его математическому потенциалу, умноженному на вероятность его применения. Следовательно, когда речь идет о широком применении статистических методов, рассматривать следует только те из них, которые понятны и которые могут легко применяться не статистиками.

Японские специалисты собрали из всего множества семь методов. Их заслуга состоит в том, что они обеспечили простоту, наглядность, визуализацию этих методов, превратив их фактически в эффективные инструменты контроля качества:

- Контрольный листок – инструмент для сбора данных и их автоматического упорядочения для облегчения дальнейшего использования собранной информации;
- Стратификация (расслоение) – инструмент, позволяющий произвести селекцию данных в соответствии с различными факторами.
- Гистограмма – инструмент, позволяющий зрительно оценить распределение статистических данных, сгруппированных по частоте попадания данных в определенный (заранее заданный) интервал.
- Анализ Парето - инструмент, позволяющий объективно представить и выявить основные факторы, влияющие на исследуемую проблему и распределить усилия для ее решения.
- Причинно – следственная диаграмма Исикавы – инструмент, который позволяет выявить наиболее существенные факторы (причины), влияющие на конечный результат (следствие);
- Диаграмма разброса – инструмент, позволяющий определить вид и тесноту связи двух рассматриваемых параметров процесса;
- Контрольная карта – инструмент, позволяющий отслеживать ход протекания процесса и воздействовать на него (с помощью соответствующей обратной связи), предупреждая его отклонения от предъявленных к процессу требований.

Эти методы можно рассматривать и как отдельные инструменты, и как систему методов. Последовательность применения семи методов может быть различной в зависимости от поставленной цели.

Известный японский специалист в области качества профессор К. Исикава говорил: Основываясь на опыте своей деятельности, могу сказать, что 95% всех проблем фирмы могут быть решены с помощью этих семи приемов». Поэтому статистические методы – это то средство, которое необходимо изучать, чтобы внедрить управление качеством. Они – наиболее важная составляющая комплексной системы контроля Всеобщего Управления Качеством.

### **Контрольные листки**

Все статистические методы базируются на достоверной информации. Применение каждого из методов должно начинаться со сбора необходимых данных.

Контрольные листки (листы) – это инструмент для сбора данных и их автоматического упорядочения для облегчения дальнейшего использования собранной информации.

Руководством к нашим действиям служат данные, из которых мы узнаем о фактах и принимаем соответствующие решения. Прежде, чем начать собирать данные, надо решить, что Вы будете с ними делать.

Цели сбора данных в процессе контроля состоят в следующем:

- Контроль и регулирование производственного процесса;
- Анализ отклонений от установленных требований;
- Контроль продукции.

Когда цель сбора данных установлена, она становится основной для определения типа данных, которые нужно собрать. Важно в процессе сбора тщательно упорядочить данные, чтобы облегчить их последующую обработку.

Поэтому, во-первых, надо четко зарегистрировать источники данных (без такой регистрации данные окажутся мертвыми). Весьма часто, несмотря на то, что было затрачено много времени на сбор данных о показателях качества, из них можно извлечь мало полезной информации, поскольку не зафиксированы день недели, когда собирались данные, станок, на котором производилась обработка, рабочий, выполнивший операцию, партия используемых материалов и так далее.

Во-вторых, данные надо регистрировать таким образом, чтобы их было легко использовать. Поскольку данные часто применяются для вычисления статистических

характеристик (средние значения и размах), то лучше их записывать так, чтобы облегчить эти вычисления. Если данные требуется собирать постоянно, то надо заранее разработать стандартные формы регистрации данных.

Контрольный листок – бумажный бланк, на котором заранее напечатаны контролируемые параметры, с тем, чтобы можно было легко и точно записать данные измерений. Его главное назначение двояко:

- Облегчить процесс сбора данных;
- Автоматически упорядочить данные для облегчения их дальнейшего использования.

В любом контрольном листке обязательно должна быть адресная часть, в которой указывается его название, измеряемый параметр, название и номер детали, цех, участок, станок, смена, оператор, обрабатываемый материал, режимы обработки и другие данные, представляющие интерес для анализа путей повышения качества изделия или производительности труда. Ставится дата заполнения, листок подписывается лицом, его непосредственно заполнявшим, а в случаях, если на нем приводятся результаты расчетов - лицом, выполнявшим эти расчеты.

Сбор и регистрация данных только на первый взгляд кажется легким делом, на самом же деле это довольно сложно. Обычно, чем больше людей обрабатывают данные, тем больше вероятность появления ошибок в процессе вычисления. Поэтому контрольный листок, на который можно заносить данные с помощью пометок или простых символов, который позволяет автоматически упорядочить данные без их последующего переписывания от руки, - хорошее средство регистрации данных. Рассмотрим некоторые наиболее часто встречающиеся на практике типы контрольных листков.

### **Контрольный листок для регистрации распределения измеряемого параметра**

Типовой вид контрольного листка для регистрации распределения измеряемого параметра в ходе производственного процесса показан на рис. 1.

Предположим, что мы хотим выявить изменения в размерах некоторой детали, подвергающейся механической обработке. Размер, указанный на чертеже –  $35,40 \pm 0,05$ . Для получения распределения значений этого параметра в ходе процесса обычно используются гистограммы. На основе гистограммы выявляется среднее значение, исследуется также форма кривой распределения. Чтобы построить гистограмму, надо затратить немало труда на сбор большого числа данных и на представление частотного распределения в графической форме. Проще классифицировать данные в момент сбора. Для этой цели заранее готовится специальный бланк. Каждый раз, когда производится замер, в соответствующей клеточке ставится крест, так что к концу измерений гистограмма готова. Если нужно произвести расслоение с использованием одного контрольного листка, то можно брать карандаш разного цвета, чтобы разница была наиболее заметна.

В первой графе листка указаны возможные значения измеряемой величины  $X_i$ .

Отклонения от номинала  $\Delta X_i$  могут быть указаны во второй графе, если в этом есть необходимость или их легче определять.

В третью графу заносятся отметки о результатах измерений (наблюдений). Для удобства подсчета результатов эта графа может быть разделена на интервалы.

В четвертую графу вносятся результаты подсчета числа появлений каждого значения размеров - частота каждого значения за период наблюдений  $m_i$ .

В пятую графу при необходимости вносятся результаты расчета относительной частоты появления данного значения размера -  $m_i/\sum m_i$ .

В четвертую графу вносятся результаты подсчета числа появлений каждого значения размеров - частота каждого значения за период наблюдений  $m_i$ .

В пятую графу при необходимости вносятся результаты расчета относительной частоты появления данного значения размера -  $m_i/\sum m_i$ .

### КОНТРОЛЬНЫЙ ЛИСТ РЕГИСТРАЦИИ РЕЗУЛЬТАТОВ ИЗМЕРЕНИЙ

Наименование детали ..... , № .....  
 Участок ..... , станок ..... , оператор .....  
 Контролируемая величина ..... , номинальное значение .....  
 Границы допуска ..... , Документ-основание .....  
/чертеж, техн. карта/  
 Дата измерений ..... 200..г.

Измер. знач. $X_i$	Откл. от ном. $\Delta X_i$	Результаты измерения																				Час- тока $m_i$	Относ. частота $m_i/\sum m_i$
		1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20		
1	2	3																				4	5
	-7																					0	0
	-6																					0	0
35,35	-5																					1	0,014
	-4																					3	0,043
	-3																					3	0,043
	-2																					4	0,057
	-1																					8	0,114
35,40	0																					12	0,171
	1																					15	0,214
	2																					9	0,128
	3																					6	0,086
	4																					4	0,057
35,45	5																					2	0,028
	6																					2	0,028
	7																					1	0,014
		Сумма $\sum m_i$																				70	1,000

Измерения проводил .....  
/подпись, фамилия и.о./

Расчеты выполнил .....  
/подпись, фамилия и.о./

Рис.1 Контрольный лист регистрации результатов измерения

Результаты измерений заносятся в соответствующие строки листка. Если, результаты наблюдений (измерений) в строках откладываются путем заштриховки одинаковых

прямоугольников, в процессе построения автоматически происходит построение столбчатой диаграммы - гистограммы, показывающей распределение частот тех или иных значений измеряемой величины, (подробнее о гистограммах будет сказано ниже).

Часто возникает необходимость определить относительную частоту появления различных значений результатов измерений. Расчеты при этом проводятся в следующем порядке:

- подсчитывается сумма появлений каждого данного значения по строкам, результат  $m_i$  заносится в графу 4;
- подсчитывается общая сумма всех значений  $m_i$ ;
- относительная частота каждого значения определяется как отношение числа в графе 4 к сумме этих чисел:

$$f^*(x_i) = \frac{m_i}{\sum_{i=1}^n m_i}$$

Сумма относительных частот для всех  $X_i$  должна быть равна 1.

Рассмотрим подробнее контрольный листок с результатами измерений одного из размеров детали, который приведен на рис. 1.

Листок имеет адресную часть, содержательную часть с результатами измерений и расчетов и подписи выполнявшего измерения и производившего расчеты. При составлении листка сразу поставлен номинальный размер, верхняя и нижняя границы допуска (в графе 1). В графе 2 даны значения отклонений от номинального размера  $X_i$ . В графе 3 произведена разметка в масштабе, удобном для подсчета результатов.

Рассмотрение результатов измерений, показывает, что отклонения (-7) и (-6) – не встречались ни разу, (-5) и (+7) – один раз, (+5) и (+6) – по два раза и т.д. Номинальный размер появился 12 раз, отклонение (+1) – 15 раз. Соответствующие числа приведены в графе 4. Сумма чисел в этой графе составляет 70, что равно общему числу деталей.

Относительная частота появления первого и второго значений (отклонений -6 и -5), естественно равна 0. Для отклонения (-4) относительная частота составляет:  $f^*(-5) = 1/70 = 0,014$ , далее соответственно:  $f^*(-4) = 0,043$ ,  $f^*(-3) = 0,043$  и т. д.

Сумма частот всех измеренных значений составляет 1,0.

По результатам наблюдений, собранных в данном контрольном листке, можно сказать, что наиболее часто встречается значение  $X = 35,41$ , что больше номинального значения на 0,01. Наиболее часто встречающееся значение называется модой. Разброс значений размеров – от 35,35 до 35,47.

Размах – это разница между наибольшим и наименьшим значениями:

$$R = X_{\max} - X_{\min} = 35,45 - 35,35 = 0,10.$$

Частота появления размеров зависит от величины их отклонения от значения моды. Чем больше отклонение, тем меньше частота данного размера. Большие отклонения бывают редко.

Если установлено, что значения 35,35 и 35,45 – границы допусков, то становится ясно, что брак более вероятен за счет превышения верхней границы допуска. Но из анализа результатов видно, что хотя за время наблюдений не было случаев брака за счет выхода за нижнюю границу допуска, такая вероятность все же есть. В целом данный процесс при заданных допусках нельзя считать достаточно стабильным и следует принять меры по повышению его стабильности.

Кроме того, следует отметить и некоторую неточность процесса изготовления, так как наиболее часто встречающееся значение отличается от номинального.

Как видим, систематизированные в контрольном листке данные позволяют без



сложного анализа выявить достаточно четкую картину процесса, оценить вероятные виды брака (за счет превышения или занижения размера) и оценить качество процесса в целом с точки зрения точности и стабильности.

### **Контрольный листок для регистрации вида дефекта**

Применяется, если на объектах контроля возможны дефекты различных видов. Хотя с точки зрения отбраковки не важно, по какой причине изделие отбраковано, но для управления производством, предупреждения повторения брака эти данные очень важны.

Листок этого вида представляет собой бланк с заранее указанными типовыми дефектами (Рис.2).

Всякий раз, когда контролер обнаруживает дефект, он делает в нем пометку. В конце рабочего дня он может быстро подсчитать число и разновидности встретившихся дефектов.

В графе 1 указывается порядковый номер дефекта  $i$ .

В графе 2 - наименование дефекта.

В графе 3 результаты контроля, отмечаемые удобным для подсчета образом: в виде черточек (по четыре, перечеркнутые пятой) или в виде точек, треугольников, квадратиков и т.д.

В графу 4 вносится общее число дефектов данного вида за время наблюдения  $m_i$ .

В графе 5 дается результат вычисления доли (относительного числа) дефектов данного вида.

Редко встречающиеся, нетиповые дефекты объединяются в строку "прочие дефекты".

В листке также предусматриваются графы: "Общее число забракованных изделий" и "Общее число проконтролированных изделий".

Нередко при приемочном контроле возникают большие трудности с оценкой дефектов при отсутствии инструментальных методов контроля. В технологической карте указывается, например: "не допускаются царапины, забоины, износ". В лучшем случае бывает приписка "... видимые невооруженным глазом". Следовательно, границы приемки и отбраковки оказываются размытыми. В этих случаях, если нет инструментальных методов контроля, в технологической инструкции необходимо привести более подробное объяснение, что является допустимым, а что нет. Кроме того, обязательно должны быть на рабочем месте контролера, эталоны с образцами допустимых и недопустимых дефектов, причем, именно в тех местах детали, где данные дефекты ожидаются.

Просто знание числа дефектов не позволяет принять корректирующие меры. Однако, если используется листок подобно этому, то он может дать важную информацию для совершенствования процесса, поскольку показывает какие виды дефекта встречаются наиболее часто, а какие нет.

### **Контрольный листок локализации дефектов**

Листок такой формы применяется, когда необходимо указывать расположение дефектов на деталях. Во многих случаях это помогает найти и устранить их причины. Например, дефекты отливок, сварочных конструкций, штампованных, термообработанных деталей, а также дефекты других технологических операций. Пример подобного листка приведен на рис.3.

В листках такого типа есть эскизы или схемы, на которых делаются пометки так, что можно пронаблюдать расположение дефектов.

Такие контрольные листки необходимы для диагноза процесса, поскольку причины дефектов часто можно найти, исследуя места их возникновения и наблюдая процесс в поисках объяснений, почему дефекты концентрируются именно в этих местах.

### КОНТРОЛЬНЫЙ ЛИСТ РЕГИСТРАЦИИ ВИДОВ ДЕФЕКТОВ

Изделие, деталь ..... Цех, участок .....  
 Смена ..... Оператор ..... Контролер .....  
 Тех. карта контроля ..... Дата контроля .....200..г.

№ де-фекта	Вид дефекта	Результат контроля	Число дефектов $m_i$	Доля дефектов $m_i/\sum m_i$
1	2	3	4	5
1	царапины	≡≡≡ ≡≡≡ ≡≡≡	14	0,14
2	трещины в зоне А		3	0,03
3	трещины в зоне В	≡≡≡	8	0,08
4	не выдержан размер Б	≡≡≡ ≡≡≡ ≡≡≡	18	0,18
5	отслоение покрытия	≡≡≡ ≡≡≡ ≡≡≡	16	0,16
6	некачественная сварка	≡≡≡	6	0,06
7	некачественная окраска	≡≡≡ ≡≡≡ ≡≡≡ ≡≡≡ 	23	0,23
8	прочие дефекты	≡≡≡ ≡≡≡	12	0,12
	Всего дефектов	$\Sigma$	100	1,00
	Общее число забракованных изделий	☒ ☒ ☒ ☒ ☒	62	
	Общее число проконтролированных изделий	☒☒ : ☒☒ ☒☒ ☒☒ ☒☒ ☒☒ ☒☒ ☒☒ ☒☒ ☒☒ ☒☒ ☒☒ ☒☒ ☒☒ ☒☒ ☒☒ ☒☒ ☒☒	167	

Лист заполнил.....  
/подпись, фамилия и.о./

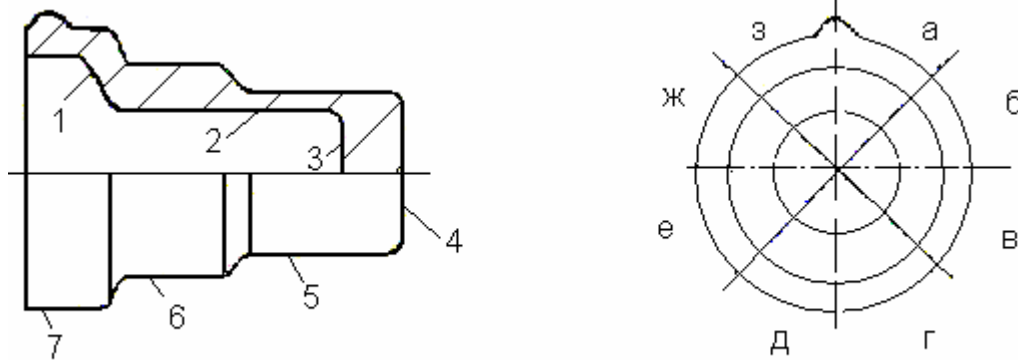
Расчеты выполнил .....  
/подпись, фамилия и.о./

Рис.2 Контрольный лист регистрации видов дефектов

## КОНТРОЛЬНЫЙ ЛИСТ ЛОКАЛИЗАЦИИ ДЕФЕКТОВ

Изделие, деталь ..... Цех, участок .....  
 Смена ..... Оператор..... Контролер .....  
 Тех. карта контроля ..... Дата контроля .....200..г.

Эскиз детали с зонами расположения дефектов



Зона контроля	1	2	3	4	5	6	7	Сумма по окружности
а	///	////	//		///	//	/	15
б	//							2
в								0
г				//				2
д	///		/					4
е						////		4
ж		///						3
з					////			4
Сумма вдоль оси	8	7	3	2	7	6	1	

Листок составил ..... /фамилия/

Рис.3 Контрольный лист локализации дефектов

### Контрольный листок причин дефектов

При поиске причин дефектов обычно выдвигаются предположения, которые необходимо проверять наблюдениями. Использование специально подготовленных листков облегчает не только сбор, но и обработку, анализ данных. Один из листков такого вида приведен на рис.4.

## КОНТРОЛЬНЫЙ ЛИСТ ПРИЧИН ДЕФЕКТОВ

Наименование детали, изделия .....

Чертеж № ..... Контролер .....

Даты контроля: с «...» ..... 200.. г. по «...» ..... 200.. г.

Обозначение дефектов: дефект вида «X» - «+»

дефект вида «У» - «о»

### РЕЗУЛЬТАТЫ КОНТРОЛЯ

Условия возникновения дефектов		Бригада №1	Бригада №2	Бригада №3	Бригада №4	Всего виды дефектов			
						+	о	+	о
Пн	до обеда	++	+	+		4	0	10	3
	после обеда	+	++ о	++	о + о	6	3		
Вт	до обеда	о о		++ о о	о о	2	5	5	5
	после обеда	++	+			3	0		
Ср	до обеда			++		2	0	7	4
	после обеда	++ о +	++ о		о о	5	4		
Чт	до обеда	о +	+	о		2	2	6	2
	после обеда	++		++		4	0		
Пт	до обеда			о	о о о	0	4	5	13
	после обеда	+ о о	о о о	+ + о + +	о о о	5	9		
Всего +	до обеда	4 13	2 7	4 12	0 1	10		33	
	после обеда	9	5	8	1 1	23			
Всего о	до обеда	2 5	0 5	4 5	5 12		11		27
	после обеда	3	5	1	7		16		

Общее число проконтролированных изделий .....

Лист заполнил ..... / Фамилия и.о./  
/подпись/

Рис.4 Контрольный лист причин дефектов

В нем регистрируются данные возникновения двух типов дефектов "X" и "У", в зависимости от трех видов условий: 1 – бригады (всего 4 бригады - №№1-4); 2 - дня недели; 3 – времени дня (до или после обеда). Анализ, полученных в результате наблюдений в течение недели данных, позволяет выявить влияние двух из этих факторов: есть различие между бригадами и между первой и второй половинами рабочего дня. В то же время

различия между днями недели не столь выражены. Методы анализа информации будут рассмотрены далее.

Практически применяется большое число различных форм контрольных листов регистрации данных. Многие из них стандартизированы, но применительно к конкретному рабочему месту целесообразно выбирать подходящую форму и при этом можно изменять ее для большего удобства пользования. Следует отметить, что при разработке контрольного листка необходимо обязательно привлекать того, кто будет его непосредственно применять. Каждый, кто будет иметь дело с данным контрольным листком, должен чувствовать себя его соавтором.

Представляется интересным использование этого инструмента в учебном процессе. Контрольный листок регистрации времени явки учащихся на занятия, приведенный на рис.5, позволяет оптимизировать как время начала занятий, так и выработать меры, для предотвращения опозданий.

### **Причинно – следственная диаграмма Исикавы**

При управлении качеством нельзя просто поставить задачу и требовать ее безусловного выполнения. Необходимо понять смысл и рычаги управления процессом, овладеть им и создать в рамках этого процесса способы выпуска продукции более высокого качества, постановки более перспективных задач и достижения необходимых результатов. Чтобы облегчить этот процесс, Каору Исикава предложил особую диаграмму.

Количество причинных факторов бесконечно. В любой работе, в любом процессе можно сразу же выделить десять—двадцать причинных факторов. Проконтролировать все эти причинные факторы невозможно. Даже если бы это оказалось возможным, такая работа была бы нерентабельной.

Несмотря на большое количество причинных факторов, по-настоящему важных, т. е. таких, которые значительно влияют на результаты, не так уж много. Если следовать принципу В. Парето, требуется стандартизировать два-три наиболее важных фактора и управлять ими, но сначала нужно выявить эти главные причинные факторы.

Причинно – следственная диаграмма Исикавы – инструмент, который позволяет выявить наиболее существенные факторы (причины), влияющие на конечный результат (следствие).

В 1953 г. профессор Токийского университета Каору Исикава, обсуждая проблему качества на одном заводе, суммировал мнение инженеров в форме диаграммы причин и результатов. Считается, что тогда этот подход был применен впервые, но еще раньше сотрудники профессора Исикавы пользовались этим методом для упорядочения факторов в своей научно-исследовательской работе. Когда же диаграмму начали использовать на практике, она оказалась весьма полезной и скоро получила широкое распространение во многих компаниях Японии. Она была включена в японский промышленный стандарт (JIS) на терминологию в области контроля качества и определяется в нем следующим образом: диаграмма причин и результатов – диаграмма, которая показывает отношение между показателем качества и воздействующими на него факторами.

Причинно-следственную диаграмму иначе называют диаграммой «рыбий скелет» (Рис.6).

Для составления причинно-следственной диаграммы необходимо подобрать максимальное число факторов, имеющих отношение к характеристике, которая вышла за пределы допустимых значений. При этом для исследования причин явления необходимо привлекать и третьих лиц, не имеющих непосредственного отношения к работе, так как у них может оказаться неожиданный подход к выявлению и анализу причин, которого могут не заметить лица, привычные к данной рабочей обстановке.

Наиболее эффективным считается групповой метод анализа причин, называемый «мозговым штормом». В этом случае, если проблема возникла в цеху, к группе экспертов

Листок регистрации времени явки учащихся на занятия

Название группы учащихся:

Контролируемая величина: время явки учащихся на занятия

Обозначения:

Явка в указанное время является закономерным – X

Явка в указанное время является случайностью – O

Измерение значений, $t_i$	Отклонение от номинального, $t_i$	Результаты наблюдений																								Частота	Относит. частота	
		1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20	21	22	23	24			
1	2	3																								4	5	
	20 и более																										0	0
	15-20																										0	0
	10-15																										0	0
	5-10	o	o	x	o	x																					5	0.20
	0-5	X	X	X	X	X	X	X	O	X																	9	0.37
8-50	0	X	X	X	O	O																					5	0.20
	0-5	X	O	X																							3	0.12
	5-10	O																									1	0.04
	10-15																										0	0
	15-20																										0	0
	20 и более	O																									1	0.04
																								сумма	24	1.0		

Дата наблюдения:

Листок выполнила:

Рис.5. Контрольный листок регистрации времени явки учащихся на занятия.

присоединяются лица, непосредственно работающие на производственном участке, на котором возник дефект, поскольку люди, ежедневно выполняющие производственные операции на своем рабочем месте, могут сообщить больше ценных фактов, чем кто-либо другой: они хорошо понимают изменения и отклонения в рабочем процессе. Даже просматривая документацию, относящуюся к контролю, или записи рабочих операций, можно пропустить запись (а оператор может сообщить важную для решения проблемы операцию), и если такую информацию упустить, это может обернуться большим ущербом.

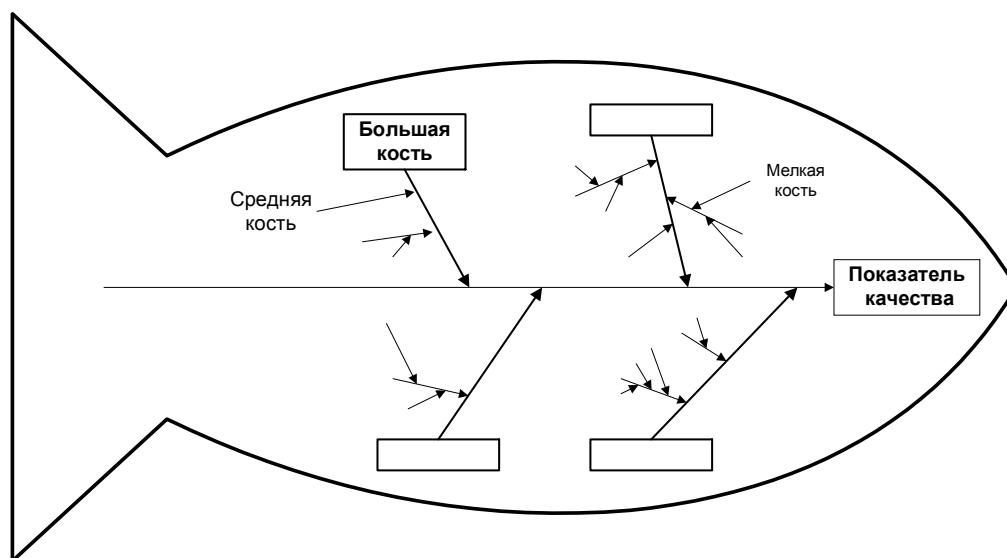


Рис.6 Причинно-следственная диаграмма – «Рыбий скелет»

При использовании метода «мозгового штурма» для выявления причин возникновения проблемы основное внимание обращают на следующие моменты:

1. обеспечивается атмосфера, в которой каждый член группы свободно высказывает свои мысли, в отношении причин возникновения;
2. в выступлениях не одобряются бесплодные разговоры, ценятся идеи и сознательное оперирование фактами;
3. лица, относящиеся к руководящему составу, никогда не высказываются первыми, так как после выступления руководителей или ветерана простому рабочему трудно свободно высказывать мнение;
4. при составлении причинно-следственной диаграммы последней стрелкой среди причин обязательно следует обозначить «и прочие», так как всегда могут остаться неучтенные факторы.

При анализе причин часто приходится пользоваться другими статистическими методами, и, прежде всего – методом расслоения.

Порядок построения причинно-следственной диаграммы условий и результатов следующий:

1. Определение цели.

Например, провести систематизацию причин и условий, влияющих на снижение качества изделий. Или систематизировать условия, влияющие на расходы по устранению брака, или проанализировать условия, влияющие на спрос продукции на рынке. Желательно, чтобы анализируемая проблема имела количественное измерение. Например, качество технологической операции может оцениваться долей брака, количеством дефектов определенного вида величиной отклонения от заданных значений, наконец, численной величиной какого-либо параметра изделия или детали. Расходы могут измеряться в денежном выражении, затратах времени, материалов, комплектующих и т. п. В каждом

случае нужно выбрать наиболее подходящий параметр, в наибольшей степени отражающий данную проблему, и позволяющий провести количественные измерения и расчеты.

2. Составление списка факторов - условий, которые влияют или могут влиять на рассматриваемую проблему. При этом полезным будет метод "мозгового штурма", позволяющий в короткое время собрать идеи и мнения различных людей по данной проблеме. При составлении списка влияющих факторов следует в первую очередь учесть мнение тех, кто непосредственно соприкасается с данной проблемой, от рядовых работников до руководителей всех уровней. Кроме того, целесообразно узнать мнения людей, вовсе непричастных к данной проблеме, их взгляд со стороны может дать совершенно неожиданные решения, оригинальные мысли. При составлении списка факторов нельзя отбрасывать ни одного из них. Маловероятные и незначительные факторы могут быть отброшены и не рассматриваться при последующем анализе, но на схеме они должны быть представлены, чтобы было ясно, что они уже рассматривались на каком-то этапе анализа.

3. Группировка факторов по их естественному родству в группы и подгруппы с различной степенью детализации.

При анализе проблем, связанных с качеством продукции, обычно, рассматриваются следующие группы: технология, оборудование, методы измерения, персонал, материалы, организация производства, внешние условия (Рис.7).

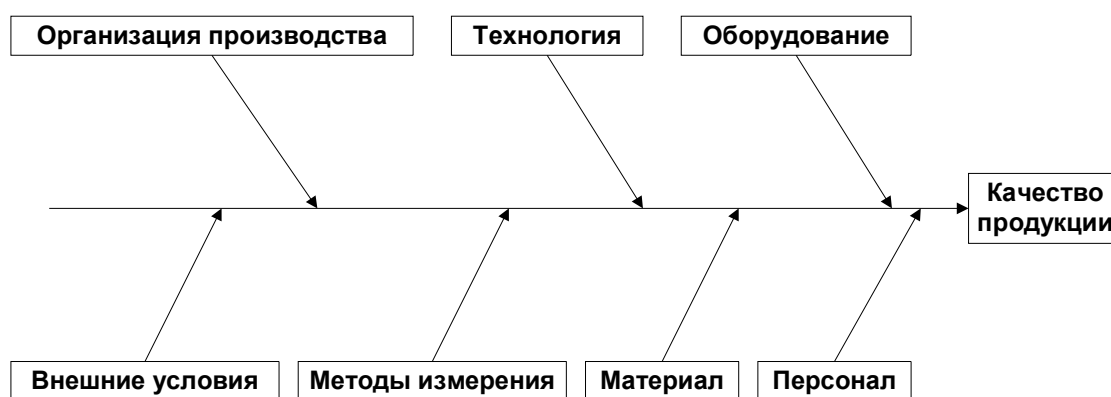


Рис.7 Основные группы факторов, определяющие качество продукции

Могут рассматриваться и другие группы. В каждой группе факторы объединяются в подгруппы. Так в группу "персонал" обычно входят следующие подгруппы: квалификация, дисциплина, ответственность и др.

Подгруппы, в свою очередь, объединяют более мелкие группы конкретных факторов. Так, в подгруппу "квалификация персонала" входят факторы: опыт, теоретические знания, практические навыки и т. д.

Группировка факторов по группам носит в какой-то мере условный характер и определяется с учетом поставленной цели и конкретных условий анализа.

4. Построение схемы.

Пример причинно-следственной диаграммы показан на рис. 8.

На рисунке показаны факторы, предположительно оказывающие влияние на качество обработки детали на станке. Все факторы объединяются в большие принципиально различающиеся группы: технология, оборудование, персонал, материалы, измерения. Каждая из групп состоит из нескольких подгрупп: документация, здоровье и т.д.

Схема позволяет наглядно показать множество факторов, систематизированных в определенном порядке, что существенно облегчает поиски правильных решений.



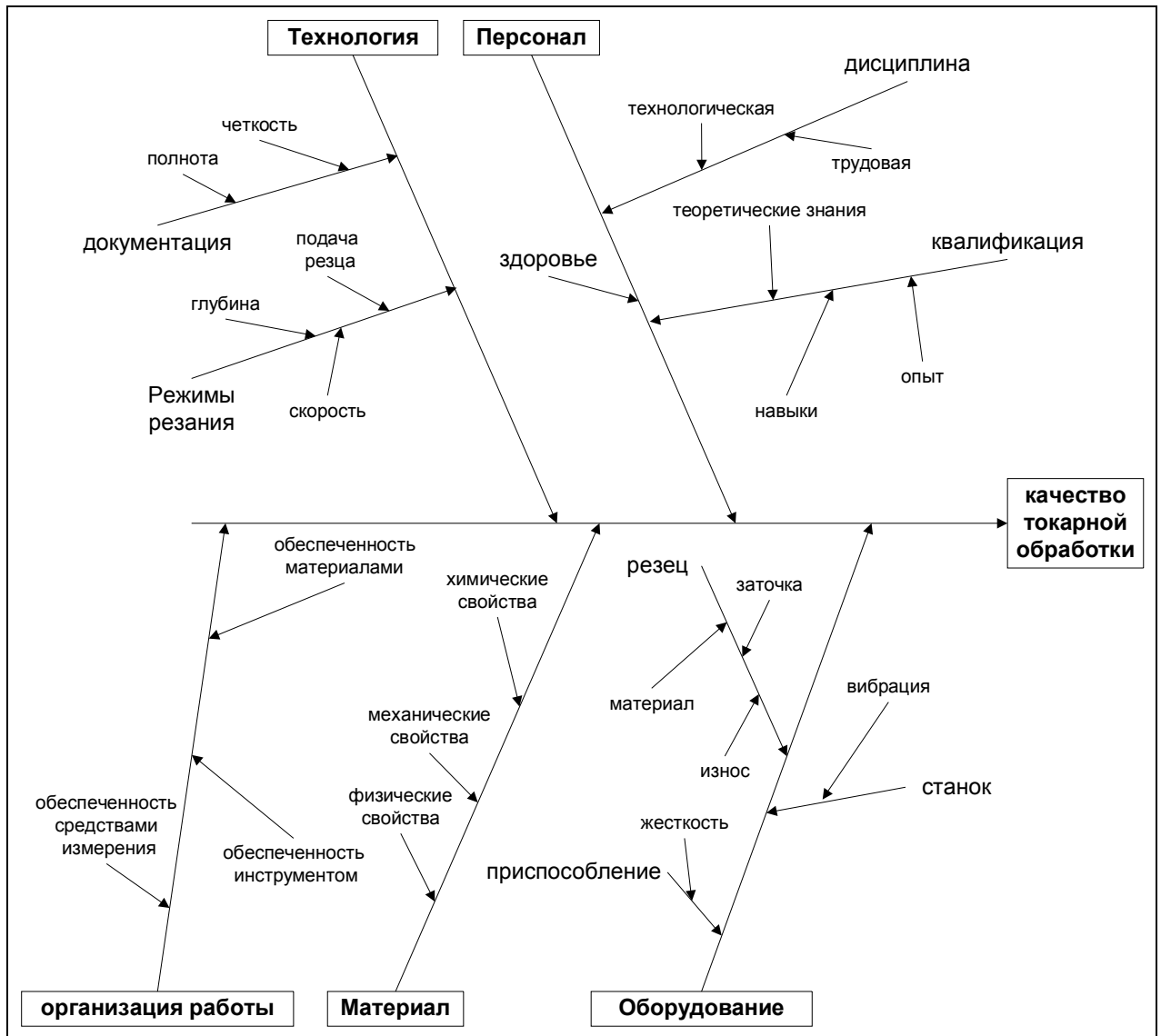


Рис. 8 Причинно-следственная диаграмма для анализа качества токарной обработки

## Анализ Парето

Эта диаграмма названа в честь итальянского экономиста В. Парето, который в 1897 году, анализируя богатства Италии, вывел формулу, показывающую, что доходы в обществе распределяются неравномерно. Эта же теория в 1907 г была проиллюстрирована на диаграмме американским экономистом М.С. Лоренцом. Оба ученых показали, что в большинстве случаев наибольшая доля доходов (80%) принадлежит небольшому числу людей (20%). Доктор Д.М. Джуран использовал этот постулат для классификации проблем качества на: немногочисленные но существенно важные и многочисленные несущественные и назвал этот метод анализом Парето. Согласно этому методу в большинстве случаев подавляющее число дефектов и связанных с ними материальных потерь возникает из-за относительно небольшого числа причин. Таким образом, выяснив причины появления основных дефектов, можно устранить почти все потери, сосредоточив усилия на ликвидации именно этих причин.

Анализ Парето - это инструмент, позволяющий: объективно представить и выявить основные факторы, влияющие на исследуемую проблему и распределить усилия для ее решения.

Анализ Парето применяется как для выявления проблем или острых вопросов, так и для анализа причин, вызывающих эти проблемы. Поэтому различают два вида диаграмм Парето: по результатам деятельности и по причинам.

Диаграмма Парето по результатам деятельности предназначена для выявления основной проблемы, которая вызывает следующие нежелательные результаты деятельности:

- Качество – несоответствия, ошибки, рекламации, ремонт, возврат продукции;
- Себестоимость – объем потерь, затраты;
- Сроки поставок – нехватка запасов, ошибки в составлении счетов, срыв сроков поставок;
- Безопасность – несчастные случаи, аварии.

Диаграмма Парето по причинам показывает причины проблем, возникающих в производстве, и используется для выявления главной из них:

- Исполнитель работы – смена, бригада, возраст, опыт работы, квалификация;
- Оборудование – станки, оснастка, инструменты, штампы и т.д.;
- Сырье – изготовитель, вид сырья, партия;
- Метод работы – условия производства, приемы работы, последовательность операций;
- Измерения – точность, воспроизводимость, стабильность, тип измерительного прибора.

Анализ Парето, включает следующие этапы:

1. Определение цели. Цель должна быть сформулирована точно и четко. Установите метод (как собирать и как классифицировать) и период сбора данных.

2. Организация и проведение наблюдений. Разработайте контрольный листок для регистрации данных с перечнем видов собираемой информации.

3. Анализ результатов наблюдений, выявление наиболее значимых факторов. Разработайте бланк таблицы для данных, предусмотрев в нем граф для итогов по каждому проверенному признаку в отдельности, накопленной суммы числа дефектов, процентов к общему итогу и накопленных процентов.

При этом необходимо расположить данные, полученные по каждому фактору, в порядке значимости и заполнить таблицу, учитывая группу «Прочие» всегда записываются в последнюю строку.

4. Построение диаграммы, наглядно показывающей относительную значимость каждого из факторов. Постройте столбчатый график, где каждому виду брака соответствует прямоугольник, вертикальная строка которого соответствует значению суммы потерь от этого вида брака (основания всех прямоугольников равны).

5. Построение графика Парето. Начертите кумулятивную кривую, соединяя правые концы каждого интервала между собой отрезками.

При построении диаграмм Парето необходимо обращать внимание на следующие моменты:

- диаграмма Парето оказывается наиболее эффективной, если число факторов, размещаемых по оси абсцисс, составляет 7-10;
- при обработке данных необходимо проводить их расслоение по отдельным факторам, которые должны быть хорошо известны: время сбора данных, тип изделий, партия сырья материалов или комплектующих, процесс, руководитель, клиент, станок, оператор и т.д.;
- при построении диаграммы Парето для числа случаев (процента) в случае возможности подсчета суммы затрат следует отражать на диаграмме Парето также и сумму затрат (потерь);

- в том случае, когда все столбики на диаграмме Парето оказываются одной высоты, т.е. разницы во вкладе отдельных факторов в появлении брака нет, то равномерность распределения вклада факторов в появлении брака может быть обусловлена неправильным подходом к расслоению, поэтому в таких случаях при расслоении следует проверить данные или собрать новые;
- в случае, когда фактор "Прочие" оказывается слишком большим по сравнению с другими факторами, следует повторить, анализ содержания фактора "Прочие", а также вновь проанализировать все факторы;
- если фактор стоящий первым по порядку, технически труден для анализа, следует начать с анализа следующего за ним;
- если обнаруживается фактор, в отношении которого легко провести улучшение, то его следует проводить, не обращая внимания на его место в порядке расположения факторов в диаграмме;
- при систематическом ежемесячном составлении диаграмм Парето для одного и того же процесса и сравнения этих диаграмм в некоторых случаях, несмотря на отсутствие заметных изменений общего количества брака, меняют порядок расположения факторов влияющих на появление брака. При нарушении стабильности процесса в этом случае нестабильность будет сразу замечена. Если удастся уменьшить влияние этих факторов в одинаковой степени, проявится высокая эффективность улучшения.

После проведения выработанных на основе анализа данных мероприятий обычно проводится повторный анализ с целью оценки эффективности принятых мер. При этом повторяется вся процедура построения диаграммы Парето, и новые результаты сравниваются с данными, полученными ранее.

Рассмотрим проведение анализа Парето на примере.

Проблема: брак в деталях, получаемых отливкой. Поставлены две цели исследования:

1. Определить наиболее часто встречающиеся виды брака в отливках.
2. Определить виды брака, приводящие к наибольшим потерям.

На этапе наблюдений при сборе исходных данных о браке в отливках, никаких изменений в технологию и организацию работ не вносится. Организуется сбор данных, получаемых при контроле, путем заполнения контролерами специальных листов регистрации дефектов (Рис. 2). В этом листке предусмотрены дополнительные графы:

- графа 6 для коэффициента потерь, представляющего собой отношение затрат на устранение данного вида дефекта к затратам на устранение наиболее "дешевого" по затратам дефекта;
- графа 7- "вес потерь", в которую вносятся произведения коэффициентов потерь на число дефектов данного вида;
- графа 8, в которой потери от каждого вида дефекта выражаются в относительных единицах.

Контролеру вручается листок, в котором заполнены графы 1 и 2. В процессе контроля он заполняет графу 3, а в конце смены подсчитывает результаты и заполняет графу 4 и подписывает листок.

Дальнейшая обработка результатов наблюдений может производиться по данным, зафиксированным, на листке за один день или по результатам нескольких дней. В последнем случае все результаты суммируются за все дни наблюдений.

Последующие расчеты проводятся в следующем порядке:

1. Определяется общее число дефектов суммированием данных в графе 4:  
 $14+3+8+18+16+6+23+12 = 100$ .
2. Определяется доля - относительная частота появления каждого дефекта:  
 первого дефекта -  $14/100 = 0,14$ ;  
 второго дефекта -  $3/100 = 0,03$  и т. д.
3. В сумме все относительные частоты должны составить 1,0.
4. Результаты заносятся в графу 5.

Эти результаты позволяют решить первую задачу - определить наиболее часто встречающиеся виды дефектов. Далее строится столбчатая диаграмма, высота столбиков которой соответствует количеству или доле каждого вида дефектов. Такая диаграмма приведена на рис.8, где левая вертикальная ось число дефектов, а правая вертикальная ось представлена в процентах или долях: 100 % или 1,0 соответствует суммарному числу дефектов - 100.

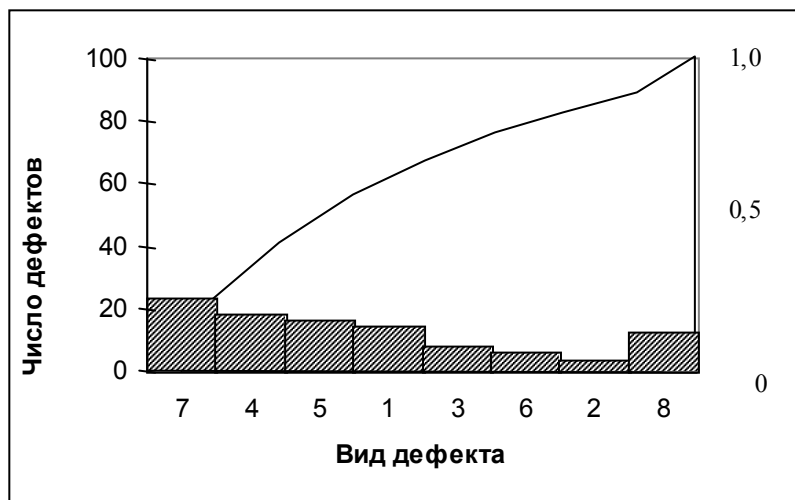


Рис.8 Диаграмма Парето, отображающая наиболее часто встречающиеся виды дефектов

По полученным данным можно построить кумулятивную кривую, показывающую нарастающим итогом сумму (или долю) первого, второго и так далее дефектов. В данном случае первая точка соответствует доле дефекта № 7 - 0,23, вторая - сумме долей дефектов № 7 и № 4:  $0,23 + 0,18 = 0,41$ ; третья;  $0,41 + 0,16 = 0,57$ ; четвертая:  $0,57 + 0,14 = 0,71$  и т.д. Полученные точки соединяются отрезками прямых линий, напомним что, такая ломаная линия называется полигоном.

Решение второй задачи требует дополнительного анализа дефектов с точки зрения оценки их важности или опасности, или затрат на устранение дефектов. Коэффициенты, характеризующие значимость, вес каждого дефекта, получаются или на основе экономических расчетов или на основе инженерного анализа, а в некоторых случаях - методом экспертных оценок. В данном случае в качестве критерия, характеризующего значимость каждого вида дефектов, принята трудоемкость их устранения. В результате анализа установлено, что наименьшие трудозатраты требуются для устранения дефекта № 7. Устранение дефектов № 1 требует в 2 раза больших трудозатрат, трудозатраты на устранение дефекта № 5 и № 6 в 4, а дефекта № 4 и № 2- в 8 раз больше, чем для дефекта № 7. Эти коэффициенты и определяют значимость каждого вида дефекта. Они и вносятся в графу «Коэффициент потерь» табл. 1.

Таблица 1

№ дефекта	Вид дефекта	Число дефектов	Коэффициент	Вес	Доля
			потерь		
1	царапины	14	2	28	0,082
2	трещины в зоне А	3	6	18	0,053

3	трещины в зоне В	8	8	64	0,188
4	не выдержан размер Б	18	6	108	0,317
5	отслоение покрытия	16	4	64	0,188
6	некачественная сварка	6	4	24	0,070
7	некачественная окраска	23	1	23	0,067
8	прочие дефекты	12	1	12	0,035
		100		341	1

На эти коэффициенты умножаются данные из графы «Число дефектов». Результаты вносятся в графу «Вес потерь»:

- для дефекта № 1:  $14 \times 2 = 28$ ;
- для дефекта № 2:  $3 \times 6 = 18$  и т. д.

Полученные числа суммируются - сумма равна 341. На эту сумму делится вес каждого вида дефекта и получаются значения относительных потерь или доли потерь, связанные с каждым из видов дефектов. Эти величины приведены в графе «Доли потерь». Их сумма равна единице.

По полученным результатам строится диаграмма Парето, которая в этом случае отражает потери, вызываемые различными видами дефектов. Эта диаграмма приведена на рис. 9. Из нее следует, что наибольшие потери связаны с дефектами № 4. На втором месте дефекты № 2 и №5 и т.д.

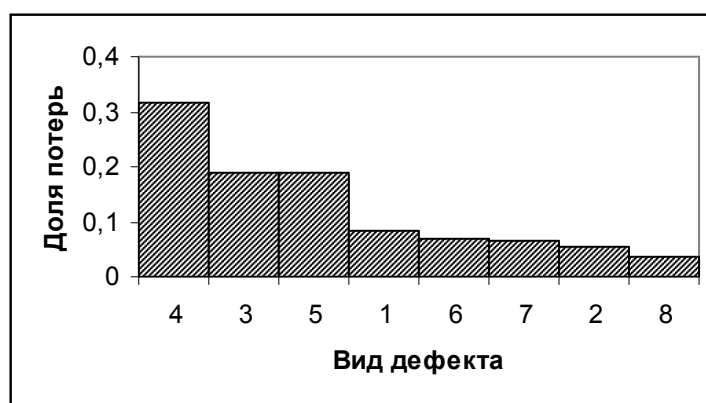


Рис.9 Диаграмма Парето, отображающая потери от различных видов дефектов

При использовании диаграммы Парето наиболее распространенным методом анализа является так называемый ABC – анализ. Здесь составляющие, по которым производится анализ, объединяются в три группы А, В С:

- на группу - А приходится 70-80% всех дефектов или затрат, если проводится стоимостной анализ;
- на группу - С 5–10%;
- промежуточная группа – В характеризуется 10-25% затрат, которые связаны с ошибками и дефектами в работе.

Проведем ABC - анализ на примере. Для этого следует построить диаграмму Парето по причинам. Она отражает причины проблем, возникающих в ходе производства, и используется для выявления главных из них.

Таблица 2

Типы дефектов	Число дефектов, d	Накопленная сумма числа дефектов	Процент числа дефектов в общей сумме	Накопленный процент
1. Деформация	255	255	51	51
2. Трещины	105	360	21	72
3. Царапины	55	415	11	83
4. Разрыв	25	440	5	88
5. Пятна	15	455	3	91
6. Полосы	10	465	2	93
7. Прочие	35	500	7	100
ИТОГО:	500	-	100	-

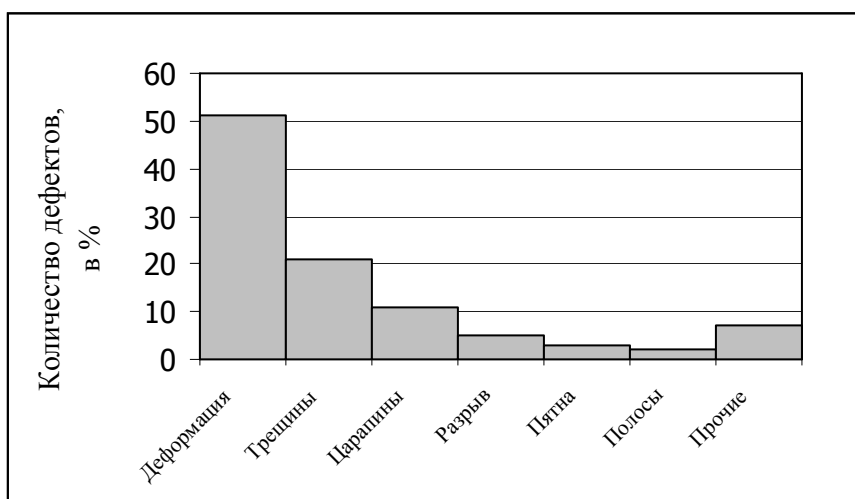


Рис. 10 Столбиковая диаграмма распределения вклада различных типов дефектов

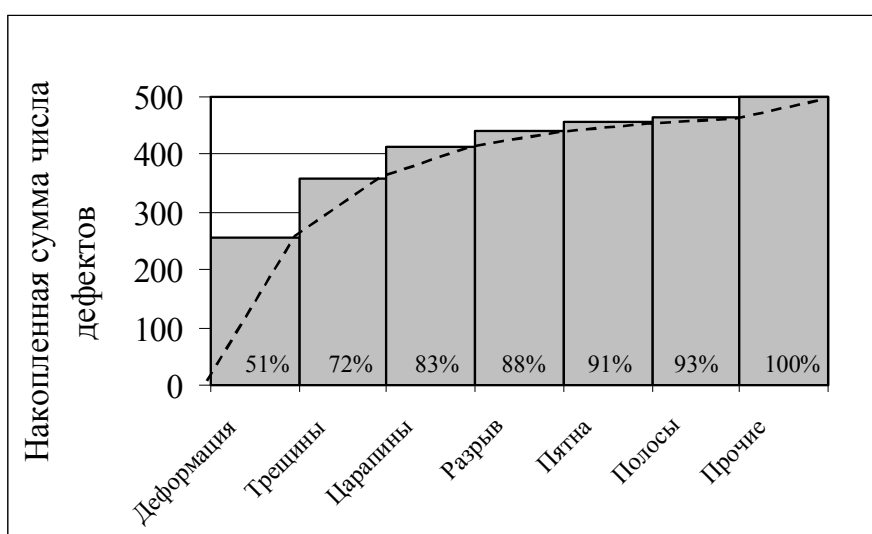


Рис. 11 Накопленная гистограмма дефектов и кривая Парето

Из столбиковой диаграммы и гистограммы видно, что такой дефект, как Деформация составляет более половины всех дефектов – 51 %. Также довольно большую долю составляют дефект - Трещины.

Назовем группу, состоящую из таких дефектов как Деформация и Трещины – группой А. Группа А содержит самые значительные дефекты, т.е. наиболее часто появляющиеся (72 % от общего числа дефектов). Группа В – Царапины, Разрыв, Пятна и Полосы - это промежуточная группа (21 % от общего числа дефектов). Группа С - Прочие дефекты, доля которых незначительна по сравнению с общим числом (7 % от общего числа дефектов).

Используя данные табл. 3, построим диаграмму Парето (Рис.12) и отметим на ней группы ABC - анализа видов дефектов.

Таблица 3

Группа	Число дефектов	Процент числа дефектов по каждому признаку в общей сумме
А	360	72
В	105	21
С	35	7
Итого:	500	100

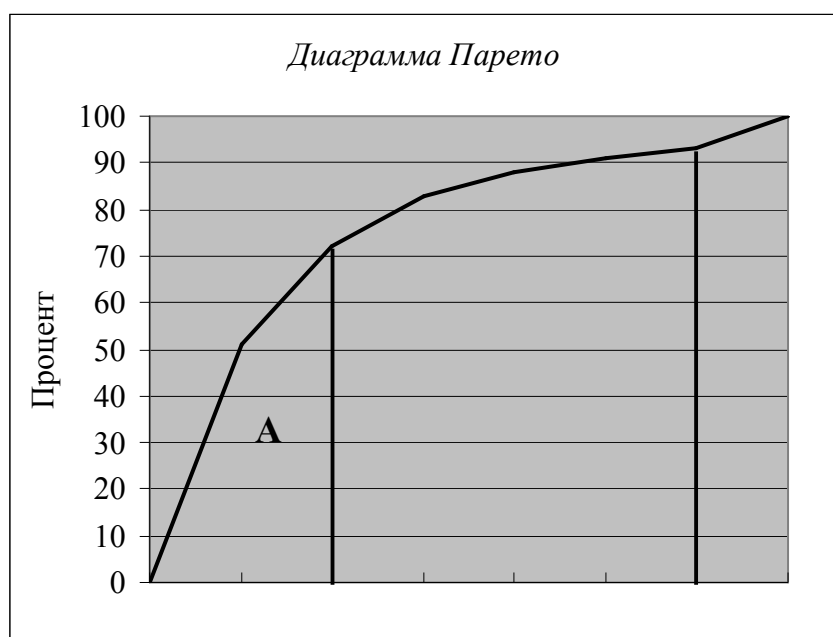


Рис. 12 Диаграмма Парето

Теперь, ясно, что в первую очередь необходимо жестко контролировать появление дефектов, которые относятся к группе А. Необходимо подвергнуть тщательному анализу данные разновидности дефектов, чтобы определить причины их появления.

Диаграмму Парето целесообразно применять вместе с причинно-следственной диаграммой. После проведения корректирующих мероприятий диаграмму Парето можно вновь построить для изменившихся в результате коррекции условий и проверить эффективность проведения улучшений.

В основе любого мероприятия должна лежать достоверная информация. Именно такую информацию позволяет получить диаграмма Парето.

## Гистограмма

Основу любого исследования составляют данные, полученные в результате контроля и измерения одного или нескольких параметров изделия (характеристики качества). Во всех отраслях промышленности требуется проведение анализа точности и стабильности процесса, наблюдение за качеством продукции, отслеживание существенных показателей производства. Путем измерения соответствующих параметров необходимыми средствами получают ряд данных, представляющих собой неупорядоченную последовательность значений параметра, на основе которых невозможно сделать корректные выводы. Поэтому для осмысления качественных характеристик изделий, процессов, производства (статистических данных) часто строят гистограмму распределения.

Гистограмма – это инструмент, позволяющий зрительно оценить распределение статистических данных, сгруппированных по частоте попадания данных в определенный (заранее заданный) интервал.

Гистограмма – это столбиковая диаграмма, служащая для графического представления имеющейся количественной информации, собранная за длительный период времени (неделя, месяц, год и т.д.), которая дает важную информацию для оценки проблемы и нахождения способов ее решения.

Гистограмма применяется главным образом для анализа значений измеряемых параметров.

Общий порядок построения гистограмм следующий:

1. Собираются данные контролируемого параметра ( $X_i$ ) за определенный период (месяц, квартал, год и т.д.). Число данных должно быть не менее 30-50, оптимальное число порядка 100.

2. Определяются наибольшее  $X_{\max}$  и наименьшее  $X_{\min}$  значения из всех полученных данных и вычисляется размах R:

$$R = X_{\max} - X_{\min}$$

Размах характеризует разброс контролируемой величины, он определяет ширину гистограммы.

3. Полученный диапазон (размах) делится на несколько интервалов. Число интервалов  $k$  зависит от общего числа собранных данных  $n$  и некоторых других факторов. Рекомендуется использовать формулу Стерджесса:

$$k = 1 + 3,322 \cdot \lg n$$

Также можно использовать формулу:

$$k = \sqrt{n} \pm 2$$

4. Далее определяют ширину интервала:

$$R / k = (X_{\max} - X_{\min}) / k.$$

Все полученные данные распределяют по интервалам. Если какое-то значение попадает на границу, его следует относить к левому по отношению к ней интервалу. Подсчитывается число значений, попавших в каждый интервал  $m_j$ , где  $j$ -номер интервала.

5. Для каждого интервала подсчитывается относительная частота попадания в него данных:

$$f_j^*(x) = \frac{m_j}{n}$$



6. По полученным данным строится гистограмма - столбчатая диаграмма, высота столбиков которой соответствует частоте или относительной частоте попадания данных в каждый из интервалов.

Рассмотрим пример построения гистограммы.

В результате наблюдений получено 90 значений показателя качества (табл.4).

Таблица 4

77,2	86,4	86,0	76,3	68,4	63,9
77,5	93,4	75,8	91,1	74,9	61,8
91,5	74,1	86,9	78,0	72,2	84,2
83,5	88,5	78,6	82,4	76,6	86,3
61,9	71,8	69,8	77,1	82,4	76,7
58,7	68,3	73,0	82,4	78,7	69,8
87,9	62,4	67,7	63,8	74,8	71,3
80,2	77,3	76,0	91,5	51,2	74,8
77,4	80,9	67,0	72,5	85,9	66,6
77,8	84,1	79,2	88,4	72,3	69,4
91,7	79,0	101,0	74,7	71,5	97,7
87,0	70,6	89,3	87,5	95,6	85,9
54,5	75,6	70,9	83,7	72,9	92,6
93,9	77,1	76,3	94,9	78,5	82,9
73,8	79,1	90,8	92,7	61,6	80,6

1. Находим наибольшее и наименьшее значения:

$$X_{\max} = 101,0; X_{\min} = 51,2.$$

2. Размах равен:

$$R = 101,0 - 51,2 = 49,8.$$

3. Выбираем количество интервалов равное 9 ( $k = 9$ ).

4. Находим ширину интервала:  $R/k = 49,8/9 = 5,53$ . Для удобства построения выбираем ширину интервала – 5,6.

Границы интервалов устанавливаем следующими: левая граница первого интервала 51,0 (меньше  $X_{\min}$ ), правая отстоит на ширину интервала (5,56) и составляет 56,6. Последующие границы: 62,2; 67,8; 73,8 и т.д. Правая граница последнего интервала 101,4, что больше наибольшего из имеющихся значений.

5. Определяем частоту каждого интервала. В первый интервал попало два значения, во второй - четыре и т.д. Результаты сводим в табл. 5.

Таблица 5

Номер интервала, $i$	Границы интервала	Частота, $m_j$	Относительная частота $f^*(x)$	Накопленная частота $F^*(x)$
1	51,0÷56,6	2	0,022	0,02
2	56,6÷62,2	4	0,044	0,07
3	62,2÷67,8	6	0,067	0,13
4	67,8÷73,4	15	0,167	0,30

5	73,4÷79,0	25	0,278	0,58
6	79,0÷84,6	13	0,144	0,72
7	84,6÷90,2	12	0,133	0,86
8	90,2÷95,8	11	0,122	0,98
9	95,8÷101,4	2	0,022	1,00
	(а) Всего	90	1,000	

6. Вычисляем относительную частоту попадания данных в каждый интервал:

для первого интервала:  $f^*(x) = 2 / 90 = 0,022$ ;

для второго:  $f^*(x) = 4 / 90 = 0,044$ ;

и т. д.

7. Вычисляем накопленную относительную частоту, прибавляя каждое последующее значение относительной частоты к сумме предыдущих значений.

Строим гистограмму распределения. Вид полученной гистограммы приведен на рис.13.

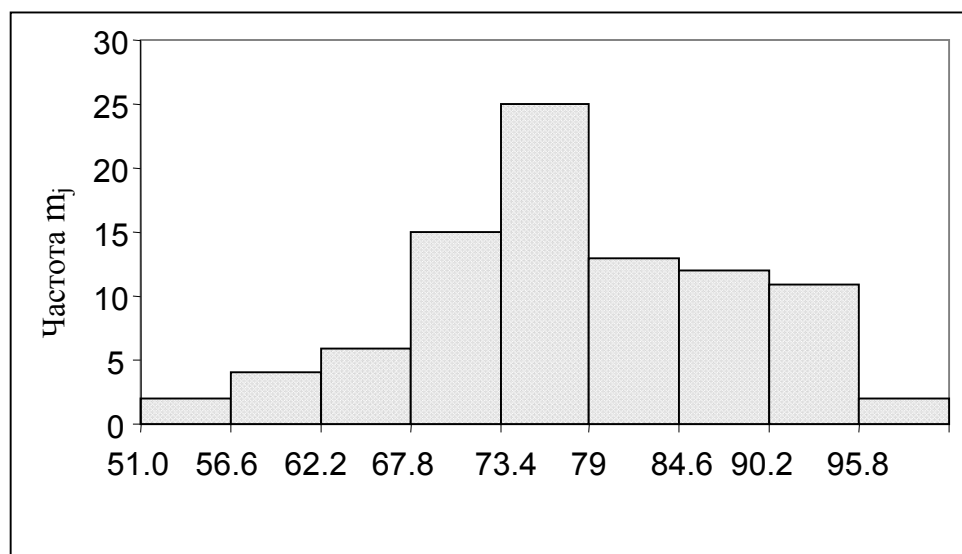


Рис.13 Гистограмма распределения значений показателя качества

График накопленной относительной частоты, т. е. интегральную функцию распределения, представлен на рис.14.

Полезную информацию о возможном характере распределения можно получить, взглянув на рис.15. Формы, представленные на этом рисунке, типичны, и ими можно воспользоваться как образцами при анализе процессов.

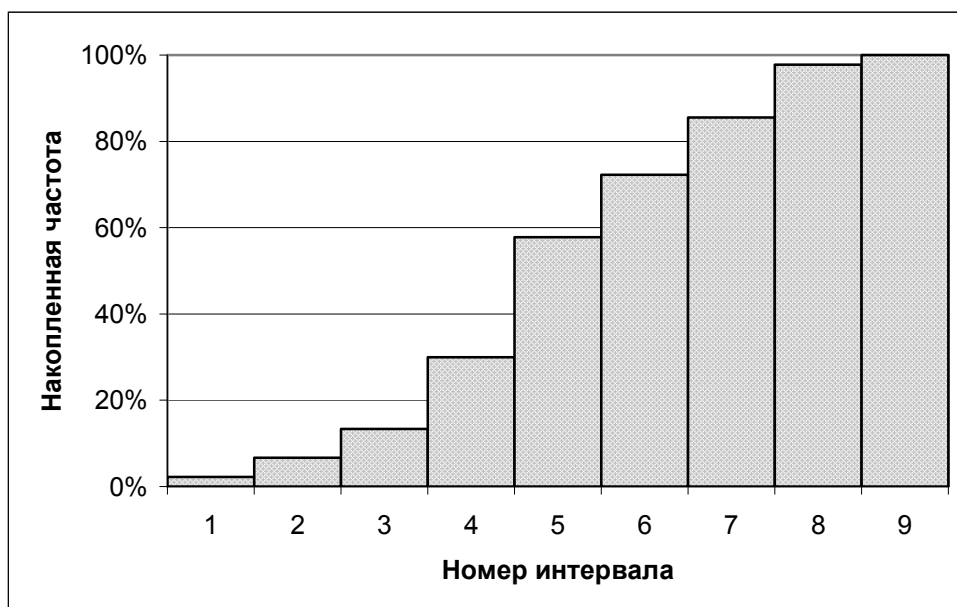


Рис.14 Интегральная функция распределения

а) *Обычный тип* (симметричный). Гистограмма с таким распределением встречается чаще всего. Она указывает на стабильность процесса.

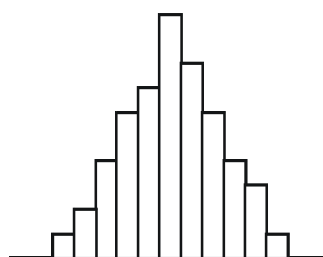


Рис.15а

б) *Гребенка* (мультимодальный тип). Здесь классы через один имеют более низкие частоты. Такая форма встречается, когда число единичных наблюдений, попадающих в класс, колеблется от класса к классу или, когда действует определенное правило округления данных.

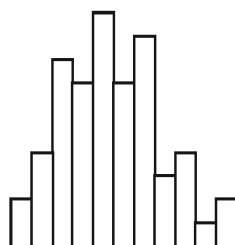


Рис.15б

в) *Положительно (отрицательно) скошенное распределение*. Среднее значение гистограммы локализуется слева (справа) от центра размаха. Частоты довольно резко спадают при движении влево (вправо) и, наоборот, медленно вправо (влево). Такая (асимметричная) форма встречается, когда невозможно получить значения ниже определенного, например для диаметра деталей и т.д.

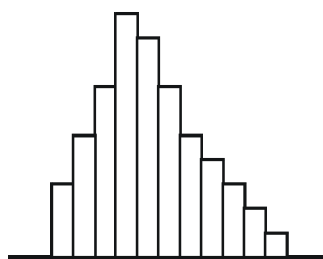


Рис.15в

г) *Распределение с обрывом слева (справа)*. Это одна из тех форм, которые часто встречаются при 100%-ном контроле изделий из-за плохой воспроизводимости процесса, а также когда, например, отобраны и исключены из партии все изделия с параметрами ниже контрольного нормативы (или выше, или и те и другие).

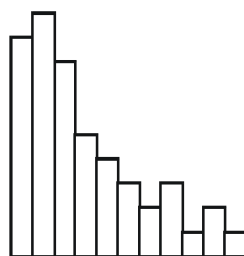


Рис.15г

д) *Плато* (равномерное и прямоугольное распределение). Такая гистограмма получается в случаях, когда объединяются несколько распределений, в которых средние значения имеют небольшую разницу между собой. Анализ такой гистограммы целесообразно проводить, используя метод расслоения.

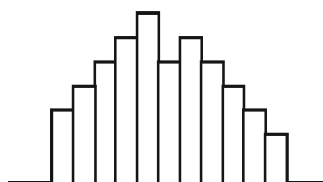


Рис.15д

е) *Двухпиковый тип* (бимодальный тип). Такая форма встречается, когда смешиваются два распределения с далеко отстоящими средними значениями, например, в случае наличия разницы между двумя видами материалов, двумя операторами и т.д. В этом случае можно провести расслоение по двум видам фактора, исследовать причины различия и принять соответствующие меры для его устранения.

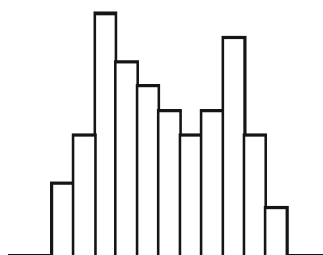


Рис.15е

ж) *Распределение с изолированным пиком*. Рядом с распределением обычного типа появляется маленький изолированный пик. Это форма появляется при наличии малых

включений данных из другого распределения, появления ошибки измерения или просто включения данных из другого процесса. По результатам анализа гистограммы дают заключение о необходимости настройки измерительного прибора или срочного осуществления контроля процесса.

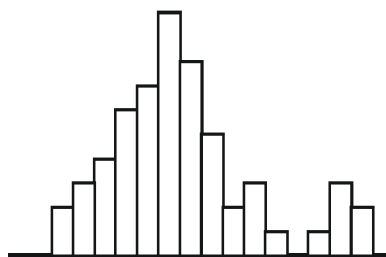
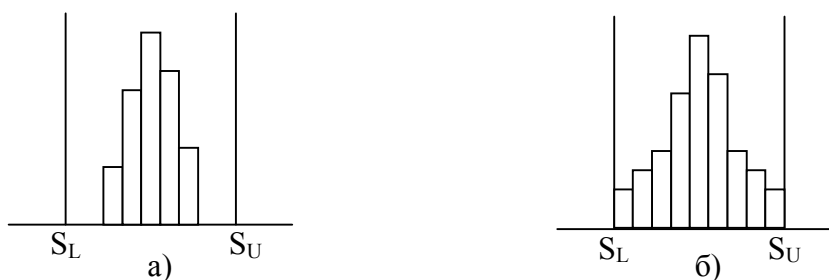


Рис.15ж

Если имеется допуск, то необходимо нанести на гистограмму границы допуска ( $S_L$  – нижняя граница допуска,  $S_U$  – верхняя граница допуска), чтобы сравнить распределение с этими границами. Существует пять типичных случаев, показанных на Рис. 16. Используйте их для справок при оценивании популяций.

Случаи, в которых гистограмма удовлетворяет допуску:



Случаи, в которых гистограмма не удовлетворяет допуску:

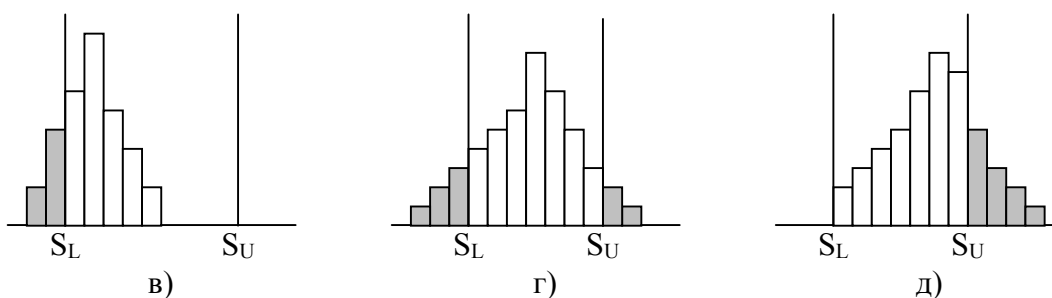


Рис. 16 Гистограммы и границы поля допуска ( $S_L$  - нижняя граница поля допуска,  $S_U$  - верхняя граница поля допуска)

Если гистограмма удовлетворяет допуску, то в случаях:

а) поддержание существующего состояния – это все, что требуется, поскольку гистограмма вполне соответствует допускам;

б) допуски удовлетворяются, но нет никакого запаса, поэтому необходимо сократить разброс до меньшего значения.

Когда гистограмма не удовлетворяет допуску, то в случаях:

- в) необходимо добиться смещения среднего ближе к центру поля допуска;
- г) требуются действия, направленные на снижение вариации;
- д) одновременно требуются меры, описанные в пунктах в) и г).

Распределения различных эмпирических данных чаще всего строятся в виде гистограмм, а иногда в виде полигона. В случае полигона ординаты, пропорциональные частотам интервалов, восстанавливаются перпендикулярно оси абсцисс в точках соответствующих серединам данных интервалов. Вершины ординат соединяются прямыми линиями. Для замыкания кривой крайние ординаты соединяются с близлежащей серединой интервала, в которой частота равна 0 (Рис. 17).

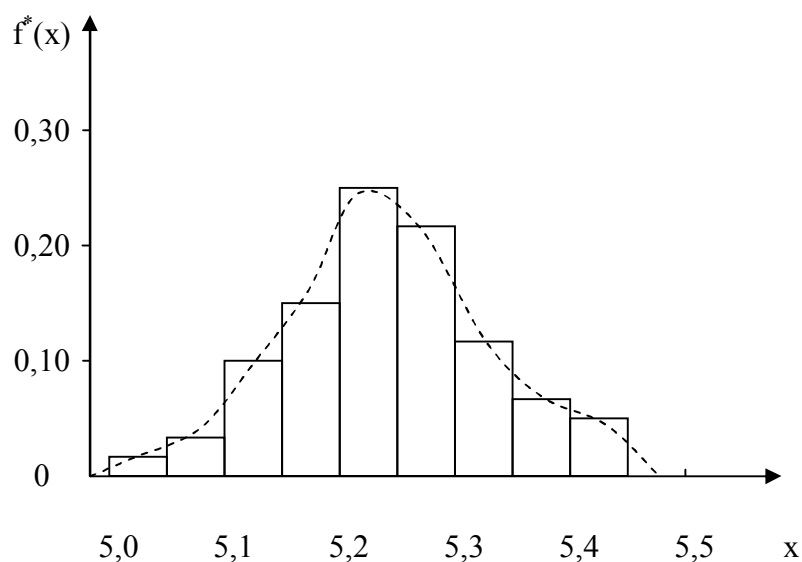


Рис. 17 Полигон

Обычно значения случайных величин не являются совершенно произвольными. Каждое значение может появиться с некоторой вероятностью. Зависимость, связывающая значения случайной величины с вероятностью их появления, называется законом распределения случайной величины. Зная закон распределения, можно заранее предсказать, что те или иные значения этой величины могут появиться с той или иной вероятностью. Законы распределения определяются физическим содержанием случайной величины и для многих случаев они могут быть найдены в результате теоретического анализа. Однако при таком анализе не могут быть учтены многочисленные факторы, неизбежно оказывающие влияние на эту величину. Поэтому реальные законы распределения всегда несколько отличаются от теоретических. Знание законов распределения бывает необходимо для принятия определенных решений по управлению процессами.

Закон распределения может быть представлен в виде вероятности того, что случайная величина примет значение не большее, чем данная величина. Это так называемая интегральная форма закона. Возможна также форма дифференциальная, представляющая собой плотность вероятности случайной величины - отношение частоты попадания случайной величины в некоторый диапазон ее изменения к величине этого диапазона. Зависимость плотности распределения от значений случайной величины, то есть дифференциальная форма закона более наглядна и применяется чаще.

Вид закона распределения может в некоторых случаях быть представлен теоретически, но часто это сделать не удастся. Кроме того, во многих случаях на практике имеются отклонения от теоретического закона. Как же определить действительный, реальный закон распределения. Сделать это можно путем построения диаграммы распределения частоты появления случайной величины по результатам наблюдений, то есть гистограммы.

Всякая гистограмма строится на основе некоторого числа данных. Но что произойдет с гистограммой, если мы будем наращивать число данных? Если интервал класса по мере роста числа данных будет все меньше и меньше, то сглаженная кривая распределения частот получится как предел распределения относительных частот.

Есть множество видов распределений. Рассмотрим наиболее широко встречающиеся теоретические законы распределения случайных величин.

Нормальному распределению (распределению Гаусса), самому типичному распределению, подчиняются случайные величины, на которые оказывают влияние многочисленные примерно равные по силе воздействия факторы.

Наиболее вероятными являются значения вблизи средней величины. Вероятность больших отклонений мала. Этому закону подчиняются размеры деталей, обрабатываемых в одинаковых условиях, результаты многократных измерений при отсутствии систематических погрешностей и многие другие величины.

Вершина кривой нормального распределения лежит над абсциссой, соответствующей математическому ожиданию. Кривая симметрична, имеет форму колокола и асимптотически приближается к оси абсцисс. Колоколообразная кривая имеет две точки перегиба, расстояние от которых до ординаты вершины, т. е. до вертикали, проведенной через математическое ожидание, равно среднему квадратичному отклонению. Расстояние между двумя точками перегиба равно  $2\sigma$ . Таким образом, в случае нормального распределения среднее квадратичное отклонение можно представить наглядно (Рис. 18).

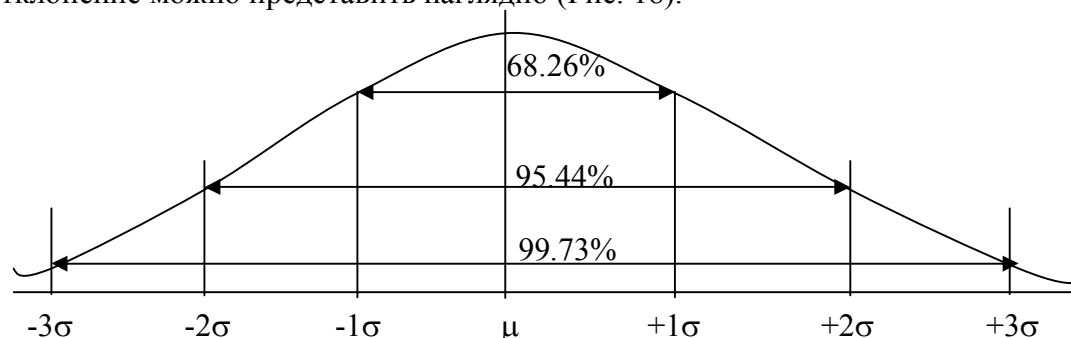


Рис.18. Нормальное распределение.

Когда выяснено, что гистограмма следует гауссовскому (нормальному) закону распределения, становится возможным исследование воспроизводимости процесса, т.е. определяется неизменность основных параметров процесса: среднего значения  $\bar{X}$  или математического ожидания  $M(x)$  и стандартного отклонения во времени. Оно важно при оценке процесса с помощью выборочных данных, когда требуется выяснить вероятность пересечения распределения генеральной совокупности, границ поля допуска и появления в связи с этим несоответствия требованиям потребителя (пользователя). Если процесс имеет нормальное распределение, то не представляет труда определить возможность выхода распределения генеральной совокупности при заданных значениях  $M(x)$  и  $\sigma$  исходя из сравнения соответствующих трехсигмовых пределов и пределов поля допуска.

Величина площади под кривой Гаусса при различных границах изменения случайной величины представлены в табл.6.

Таблица 6

Границы изменения случайной величины X	Площадь под кривой Гаусса
Односигмовые $[M(x)-\sigma; M(x)+\sigma]$	0,6826
Двухсигмовые $[M(x)-2\sigma; M(x)+2\sigma]$	0,9544
Трехсигмовые $[M(x)-3\sigma; M(x)+3\sigma]$	0,9973

Полученные результаты истолковываются следующим образом. Если 68,26%, т.е. примерно 2/3 значений лежат между границами  $\mu - \sigma$  и  $\mu + \sigma$ , то 31,74% всех наблюдений

следует ожидать за этими границами, а именно: 15,87% - за границей  $\mu + \sigma$  и 15,87% за границей  $\mu - \sigma$  в силу симметричности нормального распределения.

Границы  $\mu - 2\sigma$  и  $\mu + 2\sigma$  охватывают 95,44% всех значений, а вне этих границ находятся по 2,28% значений (за границей  $\mu + 2\sigma$  и  $\mu - 2\sigma$ ), т.е. всего 4,56%.

Между  $3\sigma$  границами ( $\mu - 3\sigma$ ;  $\mu + 3\sigma$ ) находится 99,73% всех наблюдений, т.е. практически все значения. Только 0,27% значений находятся за границами, а именно: 0,135% за границей  $\mu + 3\sigma$  и 0,135% за  $\mu - 3\sigma$ .

Таким образом, теоретически нормальная переменная может принимать любое значение от  $-\infty$  до  $+\infty$ , однако вероятность попадания в  $3\sigma$  границы составляет 99,7%. Это означает, что на практике мы можем пренебречь шансами, что  $X$  окажется за пределами  $3\sigma$  границ – это правило служит основанием для определения контрольных пределов в контрольных картах (*по количественному признаку*).

Равномерное (равновероятное) распределение наблюдается в случаях, когда на случайную величину решающее влияние оказывает величина, также распределенная равномерно, а так же в случаях, когда ни одно из значений случайной величины не имеет преимущества перед другими.

Треугольное распределение (распределение Симпсона) возникает, если рассматривается сумма или разность двух равномерно распределенных случайных величин.

Экспоненциальное распределение характерно для величины наработки изделий до отказа, если отказы происходят с равной вероятностью (одинаковой интенсивностью) в течении всего срока службы (например, за счет скрытых дефектов или случайных отклонений в технологии).

Логарифмически нормальное распределение характерно для времени простоя некоторых видов оборудования, для оценки потребности в различных типоразмерах изделий, усталостной долговечности деталей.

Биномиальное распределение обобщает различные случаи оценки доли бракованных изделий в партии при контроле по альтернативному признаку (годен - не годен). Частными случаями его являются гипергеометрическое и распределение Пуассона, описывающее вероятность редких событий.

С нормальным распределением связан еще ряд специальных распределений, описывающих поведение случайных величин различных типов. На практике часто встречаются комбинации различных законов, а так же различные усечения их, обусловленные физической природой явлений. Однако, хотя в чистом виде эти законы практически никогда не проявляются из-за неизбежных отклонений, называемых действием случайных факторов, их использование чрезвычайно полезно, так как позволяет прогнозировать возможные значения случайной величины, что необходимо при принятии управленческих решений.

На практике даже если закон распределения точно известен, бывают неизвестны его параметры. Поэтому для определения закона и его параметров проводятся статистические наблюдения, по результатам которых строят эмпирические распределения. По их виду судят о характере закона распределения и при необходимости подбирают параметры теоретического закона, соответствующие полученным экспериментальным результатам.

Распределение случайной величины может быть представлено не только в виде графика функции или плотности распределения, но и в виде чисел, отражающих наиболее существенные особенности случайной величины. Оценки случайной величины с помощью чисел называются точечными оценками.

Наиболее употребительными точечными оценками являются: среднее арифметическое, мода, медиана, размах, среднее квадратичное отклонение. Они показаны на рис. 19.



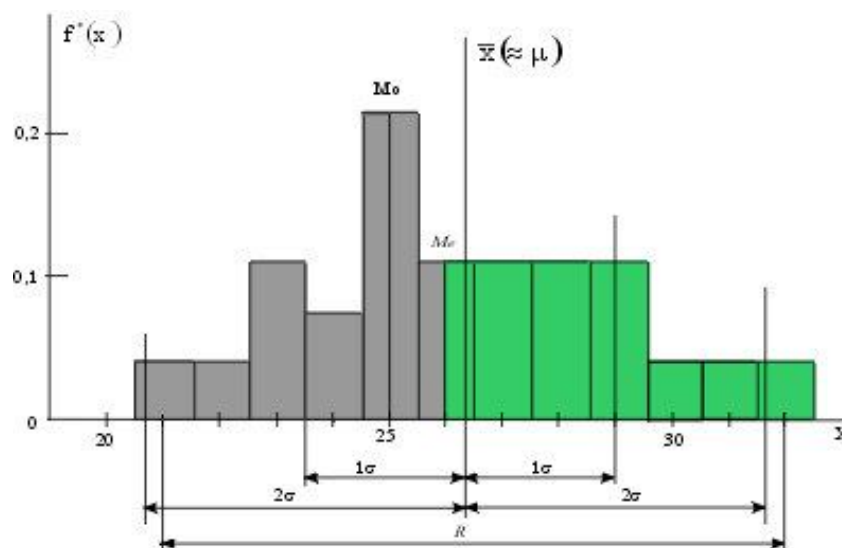


Рис.19 Точечные характеристики статистического распределения случайной величины: среднее арифметическое  $\bar{X}$ , мода  $M_0$ , медиана  $M_e$ , размах  $R$ , среднее квадратичное отклонение  $\sigma$

*Среднее арифметическое* (выборочное среднее арифметическое) - средняя величина, получаемая из всех имеющихся результатов по формуле:

$$\bar{X} = \frac{1}{N} \sum_{i=1}^n X_i, \text{ где}$$

$i$  - порядковый номер значения случайной величины;  
 $n$  - общее число ее значений.

Следует подчеркнуть, что средняя только в том случае является обобщающей характеристикой, когда она применяется к однородной совокупности статистического материала.

Кроме важнейшей характеристики положения - средней арифметической при анализе и контроле процесса необходимо работать и с другими характеристиками положения, в частности с медианой и модой случайной величины.

*Медиана* - среднее значение в выборке. Если полученные при измерениях значения расположить в возрастающем или убывающем порядке, то медианой будет значение, занимающее срединное значение в ряду. Таким образом, медиана - это значение параметра, которое делит упорядоченный ряд на две равные по объему группы. То есть, вероятность того, что случайная величина может оказаться меньше медианы, равна вероятности, что она окажется больше ее. При абсолютной симметрии правой и левой стороны распределения медиана и среднее арифметическое совпадают.

*Мода* - это наиболее часто встречающееся значение случайной величины. Возможно, что среди полученных значений имеется не одна, а две или более мод. Такое распределение называют двумодальным или полимодальным. Возможно, что распределение не имеет моды, это равномерное распределение.

Нередко встречаются антимодальные распределения, имеющие в середине диапазона полный или частичный провал плотности распределения. На практике антимодальные распределения могут возникнуть, если из выборки извлекается ее средняя по вероятности часть. Например, из выборки деталей, размеры которых распределены по нормальному закону, извлекаются только детали, имеющие наименьшие отклонения от среднего значения, тогда остающиеся детали будут иметь размеры, определенные по антимодальному распределению.

Двумодальное распределение может возникнуть, если рассматривается смешение двух выборок, имеющих нормальные распределения.

*Размах (R)* - это разность между наибольшим и наименьшим значениями в выборке. Размах характеризует разброс случайной величины.

Лучшей, чем размах, более эффективной оценкой разброса является дисперсия  $D_x = \sigma_x^2$  и среднее квадратичное отклонение  $\sigma_x$ .

*Дисперсия* представляет собой среднее значение квадратов отклонений каждого значения случайной величины от среднего арифметического. Вообще говоря, дисперсия определяется для всей генеральной совокупности и является понятием теоретическим. На практике определяется выборочная дисперсия, которая вычисляется по следующей формуле:

$$S_x^2 = 1/(n-1) \sum_{i=1}^n (X_i - \bar{X})^2$$

По мере увеличения числа наблюдений выборочная дисперсия приближается к своему теоретическому значению - дисперсии генеральной совокупности  $\sigma_x^2$ .

*Среднее квадратичное отклонение и выборочное среднее квадратичное отклонение* представляют собой корень квадратный из соответствующих дисперсий:

$$\sigma_x \approx S_x = \sqrt{S_x^2} = \sqrt{\frac{1}{n-1} \sum_{i=1}^n (X_i - \bar{X})^2}$$

Когда выясняется, что гистограмма следует нормальному распределению, часто предпринимается исследование воспроизводимости процесса, т.е. определяется неизменность основных *параметров* процесса: среднего значения  $\bar{x}$  и стандартного отклонения во времени  $\sigma$ . Оно важно при оценке того, сможет ли процесс пересечь границы поля допуска или нет и появления в связи с этим несоответствия требованиям потребителя. Если допустить, что процесс имеет нормальное распределение, то можно сразу же определить процент дефектов, оказавшихся за данными границами допуска при данных параметрах  $(\bar{x}, s)$ . Но более полезно оценить процесс с помощью  $C_p$ -индекса воспроизводимости процесса (индекс возможностей). Приведем определение  $C_p$ .

При *двусторонних* границах допуска ( $S_U$  или  $S_L$  - значения верхней и нижней границ допуска):

$$C_p = \frac{S_U - S_L}{6s}$$

При *односторонних* границах допуска ( $S_U$  или  $S_L$ ):

$$C_p = \frac{S_U - \bar{X}}{3s} \quad \text{или} \quad C_p = \frac{\bar{X} - S_L}{3s}$$

Исследование воспроизводимости процесса с помощью  $C_p$  позволяет оценить качество процесса в соответствии с требованиями потребителя. Чем больше величина  $C_p$ , тем выше качество процесса и тем меньше вероятность несоответствия его выхода ожиданиям потребителя.

Точность технологического процесса оценивают, исходя из следующих критериев:

1. В случае, когда  $C_p \geq 1,67$ , ширина интервала между контрольными нормативами не менее чем в 10 раз превышает стандартное отклонение  $s$ ; разброс параметров изделия невелик, появление брака не угрожает.

2. В случае, когда  $1,67 > C_p \geq 1,33$ , ширина интервала между контрольными нормативами в 8-10 раз превышает стандартное отклонение  $s$ . Идеальное состояние процесса.

3. В случае, когда  $1,33 > C_p \geq 1,00$ , ширина интервала между контрольными нормативами в 6-8 раз превышает стандартное отклонение  $s$ . Когда показатель  $C_p$  близок к 1, вероятность появления брака составляет 0,27%, поэтому необходимо усилить контроль процесса, провести анализ факторов, влияющих на разброс, и провести мероприятия по улучшению состояния процесса.

4. В случае, когда  $1,00 > C_p \geq 0,67$ , ширина интервала между нижней и верхней границами нормы всего лишь в 4-6 раз превышает стандартное отклонение  $s$ . Когда показатель  $C_p$  приближается к 0,67, вероятность появления брака составляет 4,56%. Это означает, что контроль процесса не удовлетворителен. Необходимо наладить строгий контроль процесса и провести сплошной контроль выпускаемых изделий с целью недопущения брака.

5. В случае, когда  $0,67 > C_p$ , ширина интервала между нижней и верхней границами нормы не превышает  $4s$ . Процент брака превышает 4,56%. О таком процессе можно сказать, что он неконтролируем. Необходимо провести сплошной контроль продукции, чтобы предотвратить выпуск бракованных изделий.

Выбирать оборудование необходимо так, чтобы поле допуска на изготавливаемые изделия составляло 7 или 8 единиц его стандартного отклонения. Если такого оборудования нет, то необходимо пересмотреть нормы на процент брака, который должен быть установлен более 0,27%.

## Стратификация

В Японии говорят: «Без расслоения нет прогресса контроля качества»

Стратификация (расслоение) - один из наиболее простых статистических методов. В соответствии с этим методом производят расслоение данных, то есть группируют данные в зависимости от условий их получения и производят обработку каждой группы данных в отдельности.

Стратификация или расслоение (группировка) данных – инструмент, позволяющий произвести селекцию данных в соответствии с различными факторами.

В производственных процессах часто используется метод расслоения «5М»: men, methods, materials, measure, machines (люди, методы, материалы, измерения, оборудование):

- по исполнителям – по квалификации, полу, стажу работы и т.д.;
- по способу производства – технологическому приему, месту производства, условиям производства;
- по материалу – по качеству сырья, партии, месту производства, сроку выпуска и т.д.
- по измерению – по методу измерения, типу измерительных средств или их точности;
- по оборудованию и машинам – по новому и старому оборудованию, марке, конструкции, сроку службы и т.д.

При определении причин брака всю однородную продукцию можно разделить на группы (сгруппировать) по следующим факторам: производственный участок, станок, рабочий-оператор, смена, день недели, исходный материал, режим обработки и т.п. Если оказывается, что показатель качества продукции в одной из партий отличается от такого же показателя в другой, то причину следует искать в различии условий изготовления этих партий. При умелой группировке по факторам можно быстро и с минимальными затратами находить решения достаточно сложных проблем.

При проведении расслоения данных необходимо помнить требования, применяемые к расслоению:

1. Различие между средними значениями слоев должны быть ощутимыми, чтобы сделать вывод о различии слоев.

2. Разброс данных внутри слоев должен быть меньше, чем до их расслоения.

Метод расслоения используется при применении следующих статистических методов: гистограммы, диаграмма Парето, причинно-следственная диаграмма Исикавы, контрольные карты.

Сбор данных для последующего их анализа методом группировки следует вести с применением соответствующих листков наблюдений (контрольных листков). Так, листки, приведенные на рис. 3 и 4, составлены с учетом требований группировки данных. На листке Рис. 3 группировка произведена по зонам детали. Всего выделено 15 зон, что позволяет определить область наиболее частого появления дефектов относительно расположения клейма. Предполагается, что расположение клейма связано с условиями изготовления детали, например, на отливке клеймо получается в определенном месте.

На листке (Рис.4) группировка произведена по 4 факторам:

1 - тип дефекта, 2 - бригада, 3 - день недели, 4 – время дня (до или после обеда).

В результате анализа выявлено, что бригада "4" допускает больше дефектов типа "У", а бригад "1 и 2" допускает больше дефектов типа "А", однако причина этих различий еще не найдена и проблема не решена. Причина различий между бригадами может быть скрыта в уровне подготовки, используемом оборудовании и инструментах, условиях работы и т.п. Поиск причин далеко не завершен, но он стал более целенаправленным, ограниченными различиями между бригадами. Из перечня возможных причин исключены дни недели, здесь практически различий нет. В то же время видны различия между периодом до и после обеда.

Решение проблемы не всегда находится на поверхности. Рассмотрим следующий пример. Довольно часто бывают случаи, когда поставки по заказам, размещенным в сторонних организациях, задерживаются, сроки поставок не выполняются. В таких случаях проблема обсуждается на совещании, где присутствуют все, имеющие к ней отношение, с целью нахождения мер по устранению этих причин. Обычными предложениями в таких случаях бывают увеличить срок выполнения заказа или строго соблюдать дату оформления заказа. В этом случае необходимо хорошо проанализировать данные, чтобы понять, будет ли строгое соблюдение даты оформления заказа той мерой, которая действительно решит проблему своевременного выполнения заказа. Для этого разделяют случаи выполнения заказа в срок и случаи задержки выполнения заказа, с одной стороны, а также случаи строгого соблюдения даты оформления заказа и случаи несвоевременного оформления заказа, - с другой, после чего анализируют таблицу расслоения.

Если в результате анализа данных окажется, что строгое соблюдение даты оформления заказа приведет к значительному улучшению положения, как это видно из табл.7, то решение проблемы можно считать найденным.

Таблица 7

<u>Оформление заказа</u>	<u>Выполнение заказа в срок, число случаев</u>	<u>Выполнение заказа с опозданием, число случаев</u>	<u>Всего случаев</u>
<u>В соответствии с установленной датой, число случаев</u>	21	2	23
<u>С опозданием, число случаев</u>	3	42	45
<u>Всего случаев</u>	24	44	68

Однако, если при расслоении данные оказываются расположенными, как в табл. 8, то результат анализа не позволяет утверждать, что строгое соблюдение даты оформления заказа окажется решающим фактором в решении проблемы. В этом случае необходимо провести более глубокий анализ данных.

Таблица 8

<u>Оформление заказа</u>	<u>Выполнение заказа в срок, число случаев</u>	<u>Выполнение заказа с опозданием, число случаев</u>	<u>Всего случаев</u>
<u>В соответствии с установленной датой, число случаев</u>	<u>6</u>	<u>17</u>	<u>23</u>
<u>С опозданием, число случаев</u>	<u>18</u>	<u>27</u>	<u>45</u>
<u>Всего случаев</u>	<u>24</u>	<u>44</u>	<u>68</u>

Более глубокий анализ сложившейся ситуации предполагает, прежде всего, провести расслоение по видам деталей, которые составляют заказ (табл. 9).

Таблица 9

<u>Оформление заказа</u>	<u>Выполнение заказа в срок, число случаев</u>	<u>Выполнение заказа с опозданием, число случаев</u>	<u>Всего случаев</u>
<u>A</u>	<u>1</u>	<u>14</u>	<u>15</u>
<u>B</u>	<u>2</u>	<u>11</u>	<u>13</u>
<u>C</u>	<u>0</u>	<u>11</u>	<u>11</u>
<u>D</u>	<u>8</u>	<u>1</u>	<u>9</u>
<u>E</u>	<u>6</u>	<u>4</u>	<u>10</u>
<u>F</u>	<u>7</u>	<u>3</u>	<u>10</u>
<u>Всего случаев</u>	<u>24</u>	<u>44</u>	<u>68</u>

При анализе данных табл. 9 видно, что больше всего случаев задержек относится к поставкам деталей А, В, С. В сравнении с ними число случаев задержки поставок деталей D, E, F незначительно. Следует найти причину такой разницы в сроках поставок этих деталей.

Допустим, было установлено, что детали А, В, С в отличие от деталей D, E, F требуют дополнительной поверхностной обработки, т.е. процесс изготовления деталей А, В, С оказывается дольше. Кроме того, было выяснено, что поверхностная обработка выполняется по вторичному заказу другим предприятием. Более того, оказалось, что бывают случаи, когда не требующие поверхностной обработки детали D, E, F также передаются для изготовления другому предприятию по вторичному заказу. Эти данные анализируются после составления таблицы расслоения по фактору наличия или отсутствия вторичного заказа (табл.10).

Таблица 10

<u>Оформление заказа</u>	<u>Выполнение заказа в срок, число случаев</u>	<u>Выполнение заказа с опозданием, число случаев</u>	<u>Всего случаев</u>
<u>Имеет место, число случаев</u>	<u>3</u>	<u>42</u>	<u>45</u>
<u>Отсутствует, число случаев</u>	<u>21</u>	<u>2</u>	<u>23</u>
<u>Всего случаев</u>	<u>24</u>	<u>44</u>	<u>68</u>

Результат анализа данных показывают большое влияние оформления вторичного заказа на срок выполнения первичного заказа.

Анализ данных по методу расслоения приводит к выводу, что для окончательного решения проблемы должны быть намечены следующие меры:

1. не допускать вторичных заказов, которые делаются без предварительной договоренности с предприятием-заказчиком;

2. скорректировать объем заказа так, чтобы он был по силам предприятию, на котором размещается заказ, и не вынуждал его делать вторичные заказы на других предприятиях;
3. информацию о планировании размещения заказа на детали, которые требуют поверхностной обработки, доводить до предприятия, на котором будет размещаться заказ, заранее;
4. оказать помощь предприятию, на котором размещается заказ, освоить принципы ведения дел с предприятиями, на которых размещаются вторичные заказы.

На рис. 20 представлена гистограмма контроля времени изготовления детали на производственном участке. Полученное распределение имеет бимодальную форму. Это связано с тем, что для производства данного вида деталей использовались два различных станка различной производительности.

## Диаграмма разброса

В процессе исследования часто приходится выяснять, существует ли зависимость между двумя различными параметрами процесса. Например, зависит ли качество готового изделия от качества исходных материалов, комплектующих деталей и узлов и т.д. Для выяснения зависимости между показателями качества и основными факторами производства, а также корреляционной зависимости между факторами используют диаграммы разброса (рассеивания), которые также называются полем корреляции.

Диаграмма разброса (рассеивания) – это инструмент, позволяющий определить вид и тесноту связи двух рассматриваемых параметров процесса.

Диаграмма разброса представляет собой график, получаемый путем нанесения в определенном масштабе экспериментальных, полученных в результате наблюдений точек. Координаты точек соответствуют значениям рассматриваемой величины и влияющего на него фактора. Расположение точек на графике показывает наличие и характер связи между случайными величинами. Таким образом, диаграмма разброса дает возможность выдвинуть гипотезу о наличии или отсутствии корреляционной связи между двумя случайными величинами, которые могут относиться к характеристике качества и влияющему на нее фактору либо к двум различным характеристикам качества, либо к двум факторам, влияющим на одну характеристику качества.

Значительно облегчается контроль процесса с технологической, временной и экономической точек зрения при наличии корреляционной зависимости между двумя факторами.

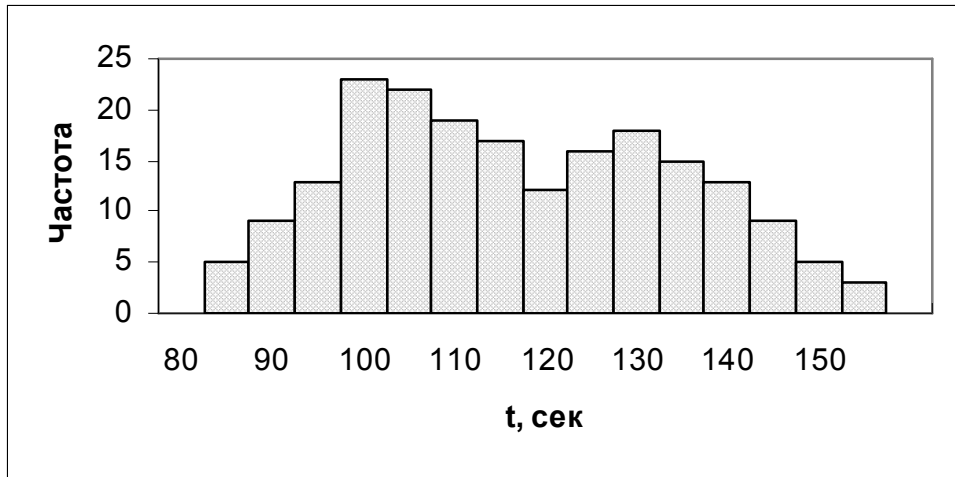
По полученным экспериментальным точкам могут быть определены и числовые характеристики связи между рассматриваемыми случайными величинами: коэффициент корреляции и коэффициенты регрессии.

Построение диаграммы разброса выполняется в следующей последовательности:

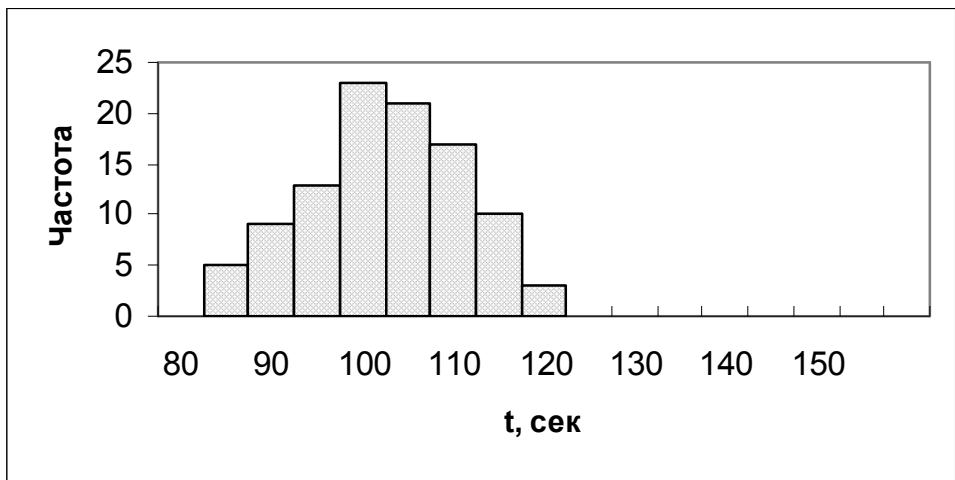
1. Определяется, между какими величинами необходимо установить наличие и характер связи. Желательно не менее 30 пар данных, так как в противном случае результаты анализа недостаточно достоверны.

2. Готовится бланк для сбора данных, в котором предусматриваются записи в следующие графы:

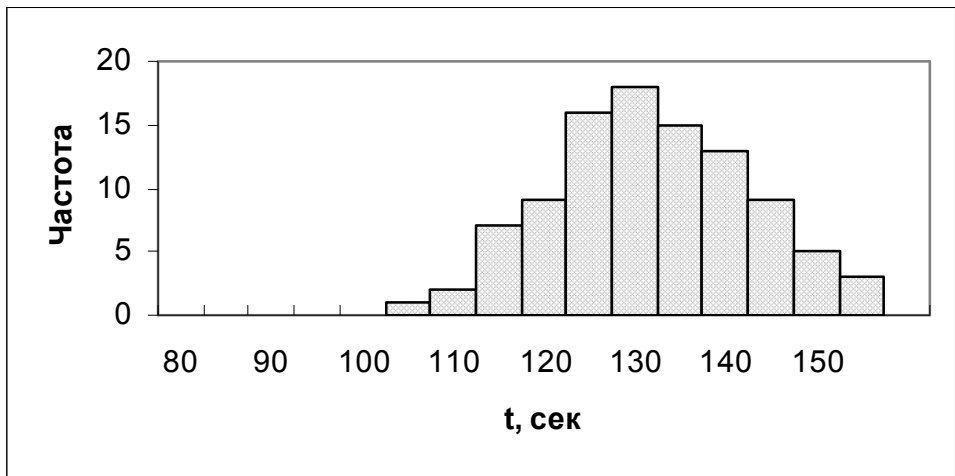
- порядковый номер наблюдения  $i$ ;
- значение одной из рассматриваемых величин, той от которой, как предполагается, зависит другая. Ее обычно называют аргументом и обозначают через  $X$ ;
- значение зависимой случайной величины, называемой функцией или откликом и обозначаемой  $Y$ .



а)



б)



в)

Рис.20 Время изготовления детали

Таким образом, в процессе наблюдений в данный листок можно собрать необходимые данные для построения диаграммы рассеяния. Однако, если сбор данных осуществляется в условиях реального производства, то нельзя быть уверенным, что все другие факторы, также оказывающие влияние на результат (функцию), остаются неизменными. Например, анализируется влияние на твердость закаливаемой детали одного из легирующих элементов. Но при этом не учитывается, что одновременно с изменением содержания анализируемого элемента изменяется и содержание другого, также влияющего на твердость при закалке. В результате может сложиться неверное представление о влиянии данного элемента на закалочную твердость. В таких случаях говорят о ложной корреляции, ложной взаимосвязи между величинами.

Чтобы исключить возможность получения ложной корреляции, необходимо, чтобы в процессе наблюдений остальные факторы, которые могут оказывать влияние на рассматриваемую функцию, оставались по возможности неизменными. Если же этого нельзя сделать, как чаще всего бывает, то следует добиться того, чтобы изменения других факторов были не согласованы с изменениями рассматриваемого фактора. Как минимум, следует вести наблюдения за остальными влияющими факторами. Для этого и следует предусмотреть в листке наблюдений специальные графы для регистрации этих факторов. Тогда в листке наблюдений будут графы для  $X$ ,  $Y$ , а также для  $Z$ ,  $U$ ,  $V$  и т. д.

3. Проводятся наблюдения и заполняется листок регистрации данных (листок наблюдений).

4. По полученным данным строится график в координатах  $X$ - $Y$ . Масштабы по осям следует выбирать такими, чтобы они соответствовали диапазонам изменений этих величин, то есть диапазон изменений  $X$  должен быть несколько больше, чем размах  $R_x = X_{max} - X_{min}$ , а диапазон изменения  $Y$  должен быть несколько больше размаха  $R_y = Y_{max} - Y_{min}$ . Размеры осей по вертикали и по горизонтали должны быть примерно одинаковыми, тогда диаграмма будет легче читаться.

5. Каждую пару данных необходимо отметить на координатной плоскости точкой с координатами  $(X, Y)$ . Если в разных наблюдениях получаются одинаковые значения, то покажите эти точки либо рисуя концентрические кружки, либо нанося вторую точку вместе с первой.

6. Сделайте все необходимые обозначения: название диаграммы; интервал времени; число пар данных; названия и единицы измерения для каждой оси; данные о составителе диаграммы.

При наличии корреляционной зависимости можно осуществить контроль только одной (любой) из двух характеристик. При этом характер корреляционной зависимости, который определяется видом диаграммы разброса, дает представление о том, каким изменениям будет подвержен один из параметров при определенных изменениях другого. Так, при увеличении  $X$  на диаграмме (Рис.21а)  $Y$  также будет увеличиваться (прямая корреляция). В этом случае при осуществлении контроля причинных факторов  $X$  (откликов) характеристика  $Y$  (функция) будет оставаться стабильной.

На рис.21б показан пример обратной (отрицательной) корреляции. При увеличении  $X$  характеристика  $Y$  уменьшается. Если причинный фактор  $X$  находится под контролем, характеристика  $Y$  остается стабильной.

На рис.21в показан пример отсутствия корреляции, когда никакой выраженной зависимости между  $X$  и  $Y$  не наблюдается. В этом случае необходимо продолжить поиск факторов, коррелирующих с  $Y$ , исключив из этого поиска фактор  $X$ .



Между параметрами  $X$  и  $Y$  возможны также случаи криволинейной корреляции (Рис.21г). Если при этом диаграмму разброса можно разделить на участки, имеющие прямолинейный характер, проводят такое разделение и исследуют каждый участок в отдельности.

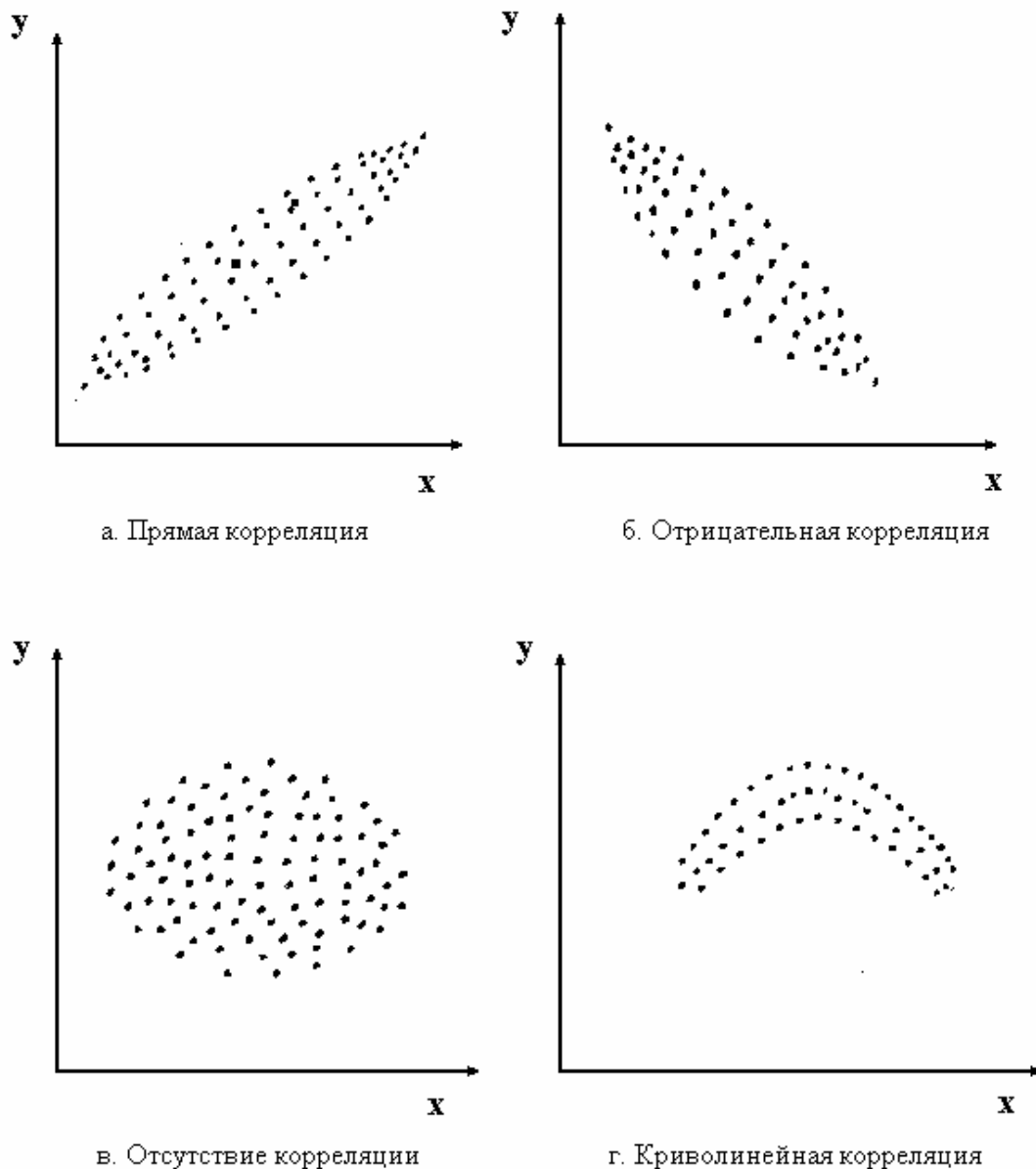


Рис.21 Диаграммы разброса (рассеяния)

Рассмотрим пример построения диаграммы разброса.

1. Цель построения: определить наличие и характер связи между случайными величинами, одна из которых представляет собой параметр технологического процесса, а другая - параметр качества изделия. Анализ предварительных наблюдений не дает однозначного результата: одни склонны видеть влияние данного фактора, а другие такое влияние отрицают. Решено провести количественные измерения и объективно определить, есть ли связь между этими величинами или нет, а также приближенно определить ее характер.

2. Для сбора данных разработан листок регистрации, в котором предусмотрена таблица, имеющая графы:

- порядковые номер измерения  $i$ ;
- значение технологического фактора  $x$ ;
- значение показателя качества изделия  $y$ ;
- значение фактора  $z$ , который по предварительным данным также оказывает влияние на показатель качества  $y$ .

3. Проведены наблюдения с измерениями значений  $x$ ,  $z$  и  $y$ . Полученные результаты занесены в листок наблюдений (табл.11)

Таблица 11

$i$	$x$	$y$	$z$
1	17	60	50
2	21	69	20
3	48	135	120
4	64	171	85
5	64	140	59
6	68	180	135
7	16	50	12
8	37	113	20
9	62	180	90
10	28	75	85
11	18	55	25
12	17	40	10
13	24	65	48
14	27	70	80
15	16	48	28
16	31	80	15
17	34	60	50
18	45	120	120
19	35	91	68
20	55	140	120

4. По полученным данным строится график, по одной оси которого - горизонтальной - откладываются значения  $x$ , по другой - вертикальной - значения  $y$ . Диапазон изменения  $x$  от 17 до 68, поэтому ось  $x$  можно разбить в диапазоне от 10 до 80.

Диапазон изменения  $y$  от 40 до 180. Разбиваем ось в пределах от 30 до 200. На построенный таким образом график в масштабе наносим экспериментальные точки.

График с нанесенными точками приведен на рис.22. Облако точек вытянуто. В среднем при увеличении  $x$  происходит увеличение  $y$ . Следовательно, на основе полученных при наблюдениях результатов можно сделать вывод о наличии между данными величинами положительной корреляционной связи. То есть, технологический параметр  $x$  оказывает влияние на параметр качества изделия  $y$ .

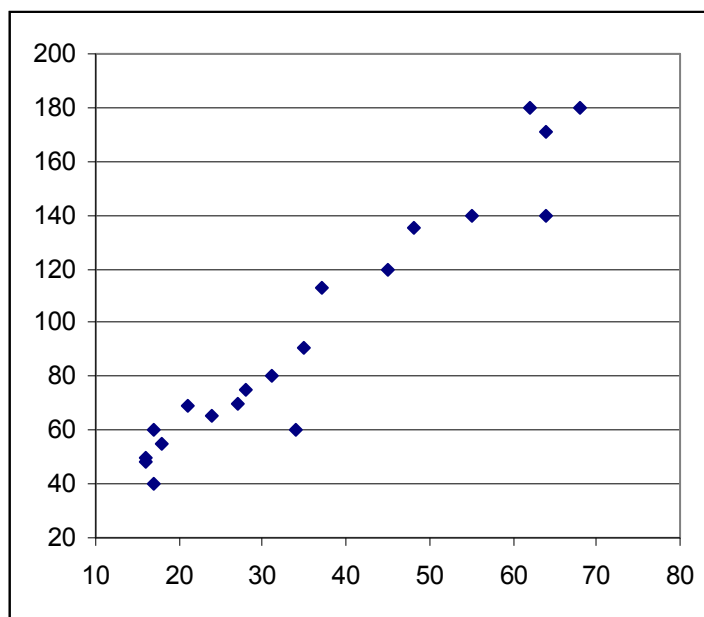


Рис.22 Зависимость параметра качества изделия  $Y$  от значения технологического фактора  $X$

Чтобы оценить влияние на показатель качества  $Y$  параметра  $Z$ , построим график зависимости  $Z-Y$ . Эти зависимость, приведена на рис.23. Видно, что между величинами  $X$  и  $Z$  можно усмотреть слабую связь. Однако следует принять во внимание, что разброс точек очень велик, а самих наблюдений произведено не очень много, чтобы с уверенностью судить о наличии связи.

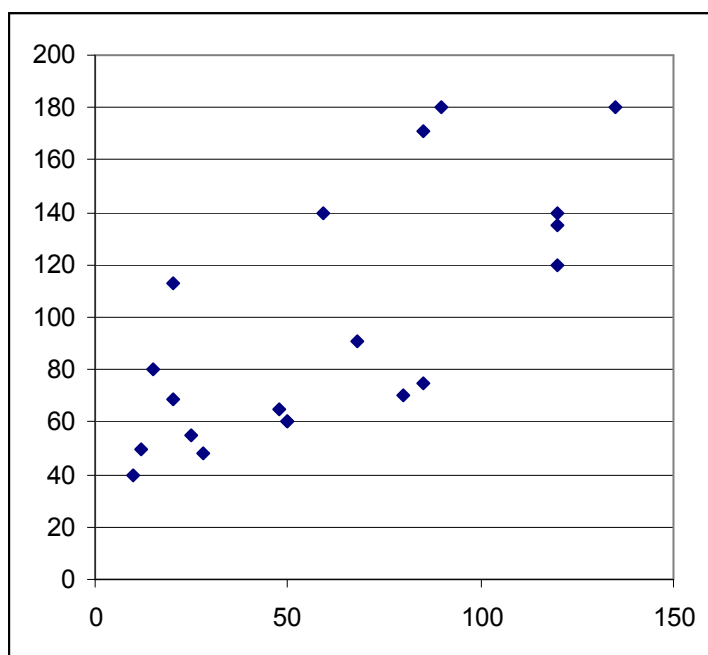


Рис.23 Зависимость параметра качества изделия  $Y$  от значения технологического фактора  $Z$

В некоторых случаях вывод, полученный на основе визуального анализа диаграмм рассеяния, бывает достаточным для принятия решений о проведении нужных мероприятий. Но иногда желательно получить количественную оценку тесноты или силы связи между случайными величинами.

Существуют различные методы оценки степени корреляционной зависимости. Одним из них является метод вычисления коэффициента корреляции  $\mathbf{r}$  по формуле :

$$r_{xy} = \frac{S_{xy}}{\sqrt{S_x^2 \cdot S_y^2}}$$

Где:  $S_{xy}$  – ковариация случайных величин  $x$  и  $y$ :

$$S_{xy} = \sum_{i=1}^n x_i y_i - \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n x_i * \sum_{i=1}^n y_i$$

$S_x^2, S_y^2$ - выборочные дисперсии величин  $x$  и  $y$ :

$$S_x^2 = \sum_{i=1}^n x_i^2 - \frac{1}{n} \left( \sum_{i=1}^n x_i \right)^2$$

$$S_y^2 = \sum_{i=1}^n y_i^2 - \frac{1}{n} \left( \sum_{i=1}^n y_i \right)^2$$

Коэффициент корреляции характеризует тесноту связи случайных величин, связанных между собой линейной зависимостью типа тех, которые приведены на рис.21а, б, в. Для случая, изображенного на рис.21г или других нелинейных зависимостей этот коэффициент неприменим.

Коэффициент корреляции может принимать значения от -1 до +1. Если его значение близко к 0 - это значит, что между двумя рассматриваемыми величинами связь отсутствует. Если значение коэффициента близко к +1, между величинами имеется тесная положительная корреляция: при увеличении одной из них увеличивается и другая. Если же коэффициент корреляции близок к -1, между величинами имеется отрицательная корреляционная связь.

Расчет коэффициента корреляции производится в следующем порядке:

1. Составляется таблица, в которую вносятся следующие графы:

- порядковый номер измерения  $i$ ;
- значения одной из случайных величин  $x_i$ ;
- значения другой случайной величины  $y_i$ ;
- произведение случайных величин  $x_i$  и  $y_i$ ;
- квадрат одной случайной величины:  $x_i^2$ ;
- квадрат другой случайной величины:  $y_i^2$ .

2. Вычисляется сумма величин в каждом из столбцов от  $i=1$  до  $i=n$ , где  $n$  – число измерений:

$$\sum_{i=1}^n x_i, \sum_{i=1}^n y_i, \sum_{i=1}^n x_i \cdot y_i, \sum_{i=1}^n x_i^2, \sum_{i=1}^n y_i^2.$$

3. Вычисляются значения средних величин по формулам:

$$\bar{x} = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n x_i$$

$$\bar{y} = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n y_i$$

4. Вычисляются значения выборочных дисперсий по формулам и.

5. По полученным результатам вычисляется коэффициент корреляции.

Определим коэффициент корреляции для примера, приведенного на рис. 22. Для этого табл. 11 дополняется необходимыми графами и проводятся соответствующие вычисления  $x_i y_i, x_i^2, y_i^2$ . Результаты их приведены в табл. 12.

Таблица 12

<i>i</i>	<i>x</i>	<i>y</i>	<i>x·y</i>	<i>x<sup>2</sup></i>	<i>y<sup>2</sup></i>
1	17	60	1020	289	3600
2	21	69	1449	441	4761
3	48	135	6480	2304	18225
4	64	171	10944	4096	29241
5	64	140	8960	4096	19600
6	68	180	12240	4624	32400
7	16	50	800	256	2500
8	37	113	4181	1369	12769
9	62	180	11160	3844	32400
10	28	75	2100	784	5625
11	18	55	990	324	3025
12	17	40	680	289	1600
13	24	65	1560	576	4225
14	27	70	1890	729	4900
15	16	48	768	256	2304
16	31	80	2480	961	6400
17	34	60	2040	1156	3600
18	45	120	5400	2025	14400
19	35	91	3185	1225	8281
20	55	140	7700	3025	19600
Сумма	727	1942	86027	32669	229456
	$\bar{x} = 36,35$	$\bar{y} = 97,10$			

Последующие вычисления по формулам дают следующие значения:

$$S_x^2 = 32669 - \frac{1}{20} 727^2 = 6245,55$$

$$S_y^2 = 229456 - \frac{1}{20} 1942^2 = 40887,80$$

$$S_{xy} = 86027 - \frac{1}{20} 727 \cdot 1942 = 15435,30$$

$$r_{xy} = \frac{15435,30}{\sqrt{6245,55 \cdot 40887,80}} = 0,97$$

Таким образом, значение коэффициента корреляции составляет 0,97, что указывает на существование между величинами  $X$  и  $Y$  сильной положительной корреляции.

Если оказывается, что между двумя случайными величинами существует связь, то можно найти математическое выражение зависимости между ними, формулу в которой каждому значению одной случайной величины будет соответствовать среднее значение другой случайной величины. Такая зависимость называется регрессионной зависимостью.

Рассмотрим наиболее часто встречающуюся линейную функцию. Кроме того, что она часто встречается, она удобна тем, что может быть применена для представления изменений величин, описываемых другими законами, если рассматриваются их изменения в достаточно узком интервале.

Уравнение прямой линии имеет вид:

$$y = ax + b$$

где:

$y$  - функция (зависимая переменная),

$x$  - аргумент (независимая переменная),

$b$  - значение функции при  $x = 0$ ,

$a$  - угловой коэффициент прямой, равный изменению функции при изменении аргумента на одну единицу. Этот коэффициент положителен, если при увеличении аргумента увеличивается и значение функции, и отрицателен в противном случае.

В случае вероятностной (стохастической) зависимости между случайными величинами каждому значению аргумента соответствует целый диапазон изменения зависимой величины. Поэтому зависимую величину называют не функцией, а откликом. Между аргументом и откликом нет однозначной связи, а есть лишь вероятностная связь, связь в среднем, когда значению аргумента можно поставить в соответствие в качестве наиболее вероятного среднее значение другой случайной величины.

Линии регрессии определяют по экспериментальным точкам. Она должна проходить так, чтобы быть возможно ближе к этим точкам, но при этом оставаться прямой. Наиболее подходящая линия-это линия, у которой сумма отклонений от экспериментальных точек наименьшая. Желательно найти именно такую линию, то есть найти ее коэффициенты. Это можно сделать методом наименьших квадратов. При этом коэффициенты  $a$  и  $b$  линии регрессии определяются из следующих соотношений:

$$a = \frac{s_{xy}}{s_x^2} = \frac{\sum_{i=1}^n x_i y_i - \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n x_i \times \sum_{i=1}^n y_i}{\sum_{i=1}^n x_i^2 - \frac{1}{n} \times \left( \sum_{i=1}^n x_i \right)^2}$$

$$b = \bar{y} - a \times \bar{x} = \frac{1}{n} \times \sum_{i=1}^n y_i - a \times \frac{1}{n} \times \sum_{i=1}^n x_i$$

Для рассматриваемого примера расчеты коэффициентов линейной регрессии проводятся по данным той же табл. с использованием результатов, полученных при определении коэффициента корреляции  $r_{xy}$ , при этом:

$$a = 15435,30/6245,55 = 2,47$$

$$b = 97,10 - 2,47 \cdot 36,35 = 7,32$$

Следовательно, уравнение линии регрессии для данных экспериментальных результатов имеет вид:

$$y = 2,47x + 7,32.$$

Эта линия показана на рис.24 вместе с экспериментальными точками, полученными при наблюдениях.

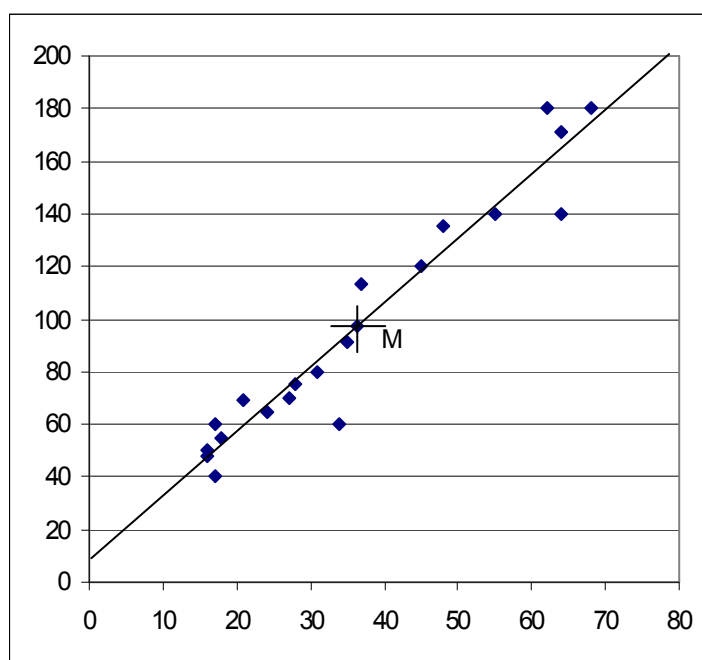


Рис.24 Линия регрессии

Коэффициенты регрессии могут быть приближенно определены графически на основе построения на глаз прямой, проходящей через наиболее плотное расположение экспериментальных точек на диаграмме рассеяния. Следует отметить, что линия регрессии проходит через точку  $M$  с координатами  $(\bar{x}, \bar{y})$ , то есть через центр рассеяния экспериментальных точек.

Во многих случаях определение коэффициентов регрессии по прямой, проведенной, на глаз, оказывается, достаточно точным, учитывая, что и при расчете по формулам используются экспериментальные данные, являющиеся случайными величинами. Поэтому и коэффициенты регрессии также являются величинами случайными, и им нельзя придавать какого-то абсолютного значения. В любом случае при анализе экспериментальных результатов следует постоянно иметь в виду реальное физическое содержание наблюдаемого явления, чтобы не выйти за рамки здравого смысла.

Кроме того необходимо иметь в виду, что бывают случаи, когда разные диаграммы разброса, приведенные на рис. 25, дают практически одинаковые результаты, если их

подвергнуть регрессионному анализу (табл.13). Эти четыре графика заимствованы из работы Ф.Дж. Энскамби «Графики в статистическом анализе».

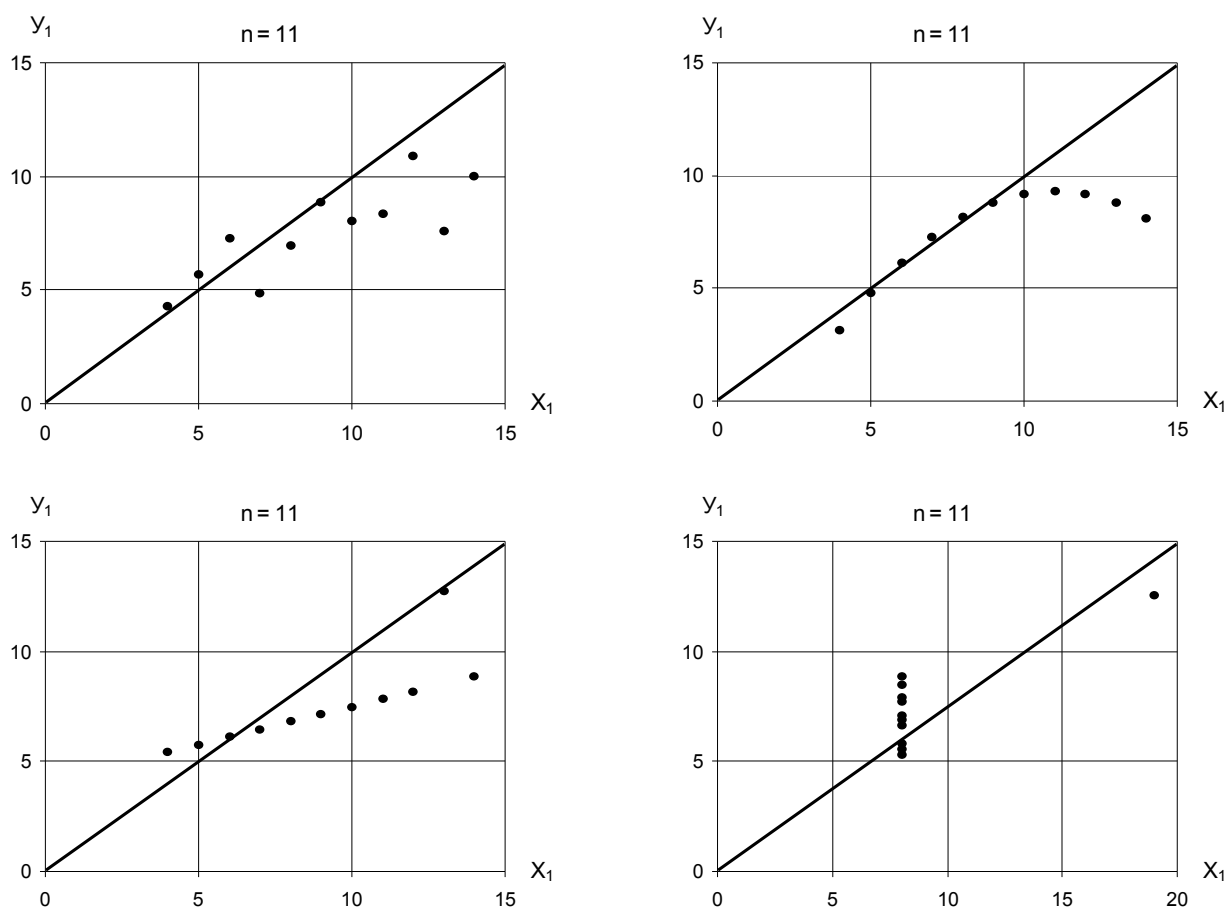


Рис. 25 Диаграммы рассеивания, имеющие одинаковые линии регрессии

Таблица 13

№ п/п	X <sub>1</sub>	Y <sub>1</sub>	X <sub>2</sub>	Y <sub>2</sub>	X <sub>3</sub>	Y <sub>3</sub>	X <sub>4</sub>	Y <sub>4</sub>
1	10	8,04	10	9,14	10	7,46	8	6,58
2	8	6,95	8	8,14	8	6,77	8	5,76
3	13	7,58	13	8,74	13	12,74	8	7,71
4	9	8,81	9	8,77	9	7,11	8	8,84
5	11	8,33	11	9,26	11	7,81	8	8,47
6	14	9,96	14	8,10	14	8,84	8	7,04
7	6	7,24	6	6,13	6	6,08	8	5,25
8	4	4,26	4	3,10	4	5,39	19	12,5
9	12	10,84	12	9,13	12	8,15	8	5,56
10	7	4,82	7	7,26	7	6,42	8	7,91
11	5	5,68	5	4,74	5	5,73	8	6,89

X	9,0	9,0	9,0	9,0
Y	7,5	7,5	7,5	7,5
S(xx)	110,0	110,0	110,0	110,0
S(yy)	41,27	41,27	41,23	41,23
S(xy)	55,01	55,00	54,97	54,99



## Контрольные карты

Контрольные карты - инструмент, позволяющий отслеживать ход протекания процесса и воздействовать на него (с помощью соответствующей обратной связи), предупреждая его отклонения от предъявляемых к процессу требований.

У.А. Шухарт считал, что контрольные карты должны отвечать трем главным требованиям:

1. Определять требуемый уровень или номинал процесса, на достижение которого должен быть нацелен персонал предприятия.
2. Использоваться как вспомогательное средство для достижения этого номинала.
3. Служить в качестве основы для определения соответствия номиналу и допускам.

Таким образом, принципы построения контрольных карт Шухарта охватывают круг понятий, связанных со стабилизацией производственного процесса, его производительностью и оценкой качества, а реализация этих принципов способствует взаимоувязке различных направлений хозяйственной деятельности.

Существует два типа контрольных карт: один предназначен для контроля параметров качества, представляющих собой непрерывные случайные величины, значения которых являются количественными данными параметра качества (значения размеров, масса, электрические и механические параметры и т.п.), а второй – для контроля параметров качества, представляющих собой дискретные (альтернативные) случайные величины и значения, которые являются качественными данными (годен – не годен, соответствует – не соответствует, дефектное – бездефектное изделие и т.п.).

В зависимости от вида данных и методов их статистической обработки выделяют различные типы контрольных карт, основные из которых представлены на Рис. 26.

Все перечисленные карты относятся к категории карт Шухарта, которые широко применяются в Европе и Японии. Как правило, при анализе процессов метод контрольных карт используется совместно с гистограммами и расслоением данных.

Что важнее всего в процессе управления, так это точное понимание состояния объекта управления с помощью чтения контрольных карт и быстрое осуществление соответствующих действий, как только в объекте обнаружилось что-нибудь необычное, неслучайное. Контролируемое состояние объекта - это такое состояние, когда процесс стабилен, а его среднее и разброс не меняются. Выход из контролируемого состояния определяется по контрольной карте на основании следующих критериев (Рис.27):

- 1) Выход точек за контрольные пределы.
- 2) Серия - это проявление такого состояния, когда точки неизменно оказываются по одну сторону от средней линии; число таких точек называется длиной серии. Серия длиной в семь точек рассматривается как неслучайная. Даже если длина серии оказывается менее шести, в ряде случаев ситуацию следует рассматривать как неслучайную, например, когда:
  - а) не менее 10 из 11 точек оказываются по одну сторону от центральной линии;
  - б) не менее 12 из 14 точек оказываются по одну сторону от центральной линии;
  - в) не менее 16 из 20 точек оказываются по одну сторону от центральной линии.
- 3) Тренд (дрейф). Если точки образуют непрерывно повышающуюся или понижающуюся кривую, говорят, что имеет место тренд.

# Типы контрольных карт (к.к.)

По количественному признаку

В ЗАВИСИМОСТИ ОТ ТИПА ДАННЫХ

Непрерывный показатель  
(постоянно измеряемый)

Дискретный показатель  
(«либо есть, либо нет»)

В ЗАВИСИМОСТИ ОТ ОБЪЕМА

ПО ВИДУ ДЕФЕКТОВ

Единичный  
объем  
выборки

Небольшой  
объем  
выборки

Большой разброс  
выборки

Мелкие дефекты

Дефектные изделия  
( годен / негоден )

В ЗАВИСИМОСТИ ОТ  
ОБЪЕМА ВЫБОРКИ

В ЗАВИСИМОСТИ ОТ  
ОБЪЕМА ВЫБОРКИ

Постоянный  
объем  
выборки

Переменный  
объем выборки

Постоянный  
объем  
выборки

Переменный  
объем выборки

$x$

$\bar{x} - R$

$\bar{x} - S$

$c$

$u$

$np$

$p$

К. К. индивидуальных значений

К. К. средних значений и размахов

К.К. средних значений и средних квадратичных отклонений

К. К. общего числа дефектов в выборке

К. К. доли дефектов в выборке

К. К. числа дефектных изделий

К. К. доли дефектных изделий

Вид контрольной карты	Верхняя контрольная граница(UCL), нижняя контрольная граница(LCL), средняя линия(CL).	
X	$UCL_X = \bar{x} + 2,66\bar{R}_s$ $CL = \bar{x}$ $LCL_X = \bar{x} - 2,66\bar{R}_s$	$UCL_{R_s} = \bar{R}_s + 2,66\bar{R}_s$ $CL_{R_s} = \bar{R}_s$ $LCL_{R_s} = \bar{R}_s - 2,66\bar{R}_s$
$\bar{X} - R$	$UCL_{\bar{X}} = \bar{x} + A_2 \cdot \bar{R}$ $CL_{\bar{X}} = \bar{x}$ $LCL_{\bar{X}} = \bar{x} - A_2 \cdot \bar{R}$	$UCL_R = D_4 \cdot \bar{R}$ $CL_R = \bar{R}$ $LCL_R = D_3 \cdot \bar{R}$
$\bar{X} - S$	$UCL_{\bar{X}} = \bar{x} + A_2 \cdot \bar{S}$ $CL_{\bar{X}} = \bar{x}$ $LCL_{\bar{X}} = \bar{x} - A_2 \cdot \bar{S}$	$UCL_S = D_4 \cdot \bar{S}$ $CL_S = \bar{S}$ $LCL_S = D_3 \cdot \bar{S}$
pn	$UCL = \bar{p} \cdot n + 3\sqrt{\bar{p} \cdot n \cdot (1 - \bar{p})}$ $CL = \bar{p} \cdot n$ $LCL = \bar{p} \cdot n - 3\sqrt{\bar{p} \cdot n \cdot (1 - \bar{p})}$	
p	$UCL = \bar{p} + 3\sqrt{\frac{\bar{p}(1 - \bar{p})}{n}}$ $CL = \bar{p}$ $LCL = \bar{p} - 3\sqrt{\frac{\bar{p}(1 - \bar{p})}{n}}$	
c	$UCL = \bar{c} + 3\sqrt{\bar{c}}$ $CL = \bar{c}$ $LCL = \bar{c} - 3\sqrt{\bar{c}}$	
u	$UCL = \bar{u} + 3\sqrt{\frac{\bar{u}}{n}}$ $CL = \bar{u}$ $LCL = \bar{u} - 3\sqrt{\frac{\bar{u}}{n}}$	

**Формулы расчета контрольных границ для всех видов контрольных карт Шухарта.**

- 4) Приближение к контрольным "зонам" пределам. Рассматриваются точки, которые приближаются к 3-сигмовым контрольным пределам, причем если 2 или 3 точки оказываются за 2-сигмовыми линиями, то такой случай надо рассматривать как ненормальный.
- 5) Приближение к центральной линии. Когда большинство точек концентрируется внутри центральных полуторосигмовых линий, что обусловлено неподходящим способом разбиения на подгруппы. Приближение к центральной линии вовсе не означает, что достигнуто контролируемое состояние, напротив, это значит, что в подгруппах смешиваются данные из различных распределений, что делает размах контрольных пределов слишком широким. В таком случае надо изменить способ разбиения на подгруппы.

Одним из важных этапов при составлении контрольных карт является способ определения контрольных границ (границ регулирования). Для определения контрольных границ необходимо собрать большое количество данных, характеризующих состояние процесса, и на их основе рассчитать по установленной формуле (табл.14) контрольные нормативы. Обычно диапазон от средней до границ регулирования содержит трехкратное среднее квадратичное отклонение.

Рассмотрим контрольные карты наиболее широко применяемые в производстве.

#### **Контрольная карта индивидуальных значений (X):**

Эта карта применяется, если наблюдения проводятся над небольшим числом объектов, и все они подвергаются контролю. Наблюдения ведутся над непрерывным показателем.

Порядок построения контрольной карты (этапы построения):

1. Данные измерений анализируемой величины  $x$  последовательно регистрируются в контрольном листке. Каждому значению присваивается номер  $i$  от 1 и далее. Когда набирается 25-30 значений  $x$ , этап наблюдений заканчивается.
2. Вычисляются текущие размахи  $R$ , как разница между текущим и предыдущим значениями наблюдаемой величины (без учета знака):

$$R = |x_{i+1} - x_i|$$

Всего получается  $(n-1)$  значение скользящего размаха.

3. Вычисляется среднее значение анализируемой величины за период наблюдений по формуле:

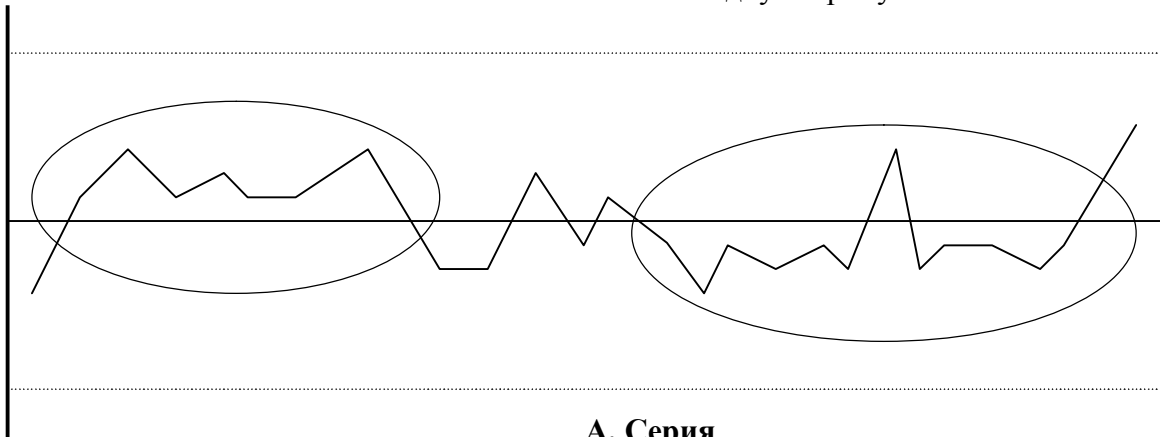
$$\bar{x} = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n x_i$$

4. Вычисляется среднее значение скользящего размаха за период наблюдений по формуле:

$$\bar{R}_s = \frac{1}{n-1} \sum_{i=2}^n R_i$$

Серия длиной в семь точек –

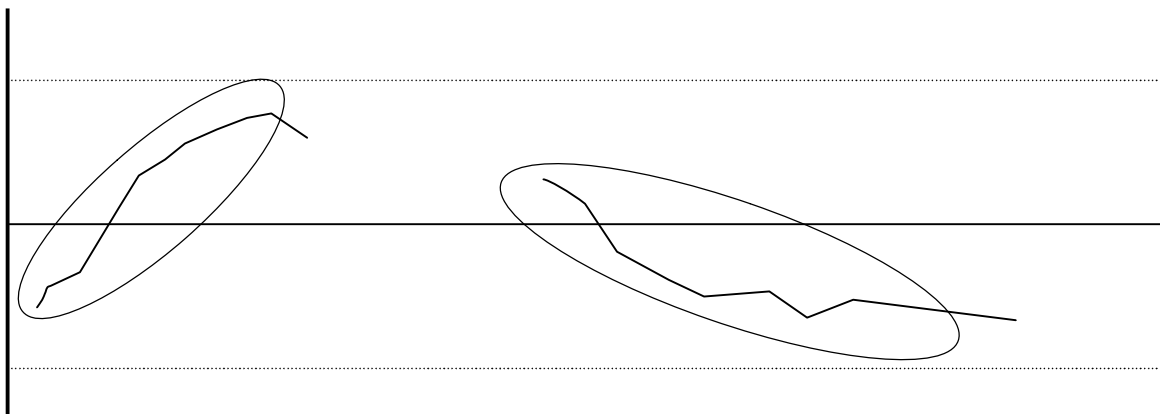
Десять из 11 последовательных точек по одну сторону



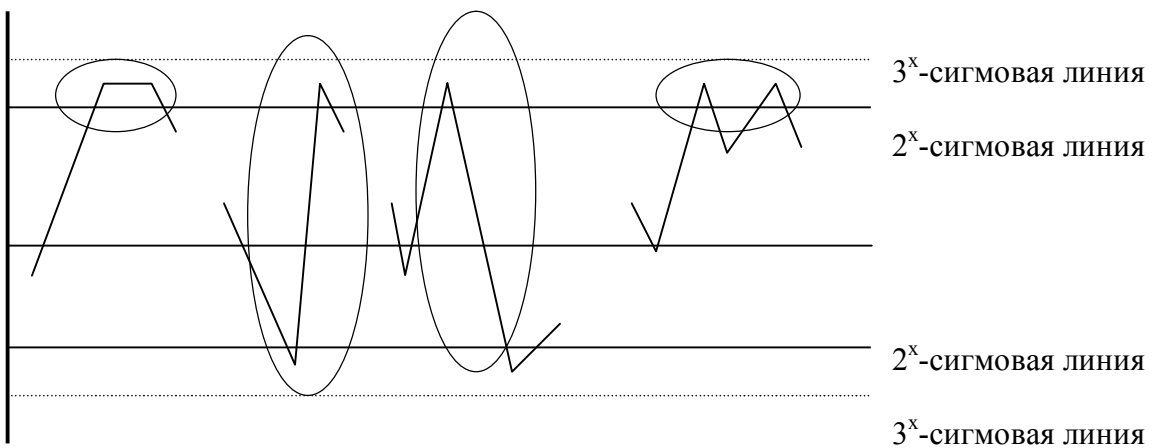
**А. Серия**

*a) Семь поднимающихся точек*

*Круто падающий тренд*



**Б. Тренд (Дрейф)**



**В. Приближение к контрольным пределам**

Рис. 27. Критерии состояния технологического процесса на основе контрольных карт.

5. Полученные текущие значения  $x_i$  и  $R_{S_i}$  наносятся на расположенные друг под другом графики в соответствующих масштабах. На эти графики наносятся также средние значения  $\bar{x}$  и  $\bar{R}_s$  в виде средних линий.
6. Вычисляются и наносятся на графики нижняя (LCL) и верхняя (UCL) контрольные границы (границы регулирования) и средние линии (CL):

$$\begin{aligned} CL &= \bar{X} & UCL &= \bar{x} + 2,66\bar{R}_s & LCL &= \bar{x} - 2,66\bar{R}_s \\ CL &= \bar{R}_s & UCL &= \bar{R}_s + 2,66\bar{R}_s & LCL &= \bar{R}_s - 2,66\bar{R}_s \end{aligned}$$

На этом этап построения контрольной карты завершается.

На этапе наблюдения и регулирования процесса производятся следующие действия:

- Измеряется значение наблюдаемой величины и заносится в контрольную карту  $x$ .
- Вычисляется скользящий размах и его значение заносится в контрольную карту  $R_s$ .

Если полученные значения находятся в пределах контрольных границ, можно считать, что процесс является управляемым, т.е. стабильным. Если же одна из точек выходит за пределы контрольных границ, это является сигналом о неблагополучии. Следует разобраться с причинами такого отклонения и при необходимости принять нужные меры. Если точки не выходят из контрольных границ, но наблюдается серия точек, расположенных ниже или выше средней линии, это также является сигналом о разладке процесса. Длина такой «тревожной» серии – 6 точек. Но если наблюдаются серии более короткие, разделенные отдельными точками по другую сторону от средней линии, это также является сигналом неблагополучия. Необходимо разбираться с причинами.

В качестве примера контрольной карты индивидуальных значений разберём ситуацию с прыжками в длину с разбега на отборочных соревнованиях, результаты которых позволяют судить о готовности женской сборной к решающим спортивным соревнованиям. Объектом исследования будет длина одинарного прыжка. Отражаться в контрольной карте будут только удачные прыжки (без заступа или иных нарушений правил). Всего в ходе соревнований в женской сборной таких прыжков оказалось – 15. Зафиксированные значения длин этих прыжков представлены в таблице 15.

Вычисляем среднюю длину прыжка:  $\bar{X}_i = \frac{\sum_{i=1}^n X_i}{n} = \frac{9844}{15} \approx 656$  (см) и средний

скользящий размах:  $\bar{R}_s = \frac{442}{14} = 31,57$ .

Рассчитаем контрольные пределы и средние линии для X – карты:

X:  $UCL = \bar{X} + 2,66\bar{R}_s = 656 + 2,66 \cdot 31,57 = 740$ ;

$LCL = \bar{X} - 2,66\bar{R}_s = 656 - 2,66 \cdot 31,57 = 572$ ;  $CL = \bar{X} = 656$ .

$R_s$ :  $UCL = \bar{R}_s + 2,66\bar{R}_s = 31,57 + 2,66 \cdot 31,57 = 115,55$ ;

$LCL = \bar{R}_s - 2,66\bar{R}_s = 31,57 - 2,66 \cdot 31,57 = -52,4$ ;  $CL = \bar{R}_s = 31,57$ .

Таблица 15

Порядковый номер прыжка n	Длина прыжка (в сантиметрах) $X_i$	Скользящий размах $R_i$
1	686	-
2	677	9
3	644	31
4	658	14
5	612	46
6	649	37
7	682	33
8	624	58
9	670	46
10	659	11
11	698	39
12	637	61
13	633	4
14	667	34
15	648	19
	$\sum X_i = 9844$	$\sum R_s = 31,57$

Нанесём полученные контрольные границы, которые обычно обозначаются пунктирной линией, и значения параметра на контрольную карту. Нижняя контрольная граница для R не наносится.



Рис.28 Контрольная карта индивидуальных значений (X-карта)

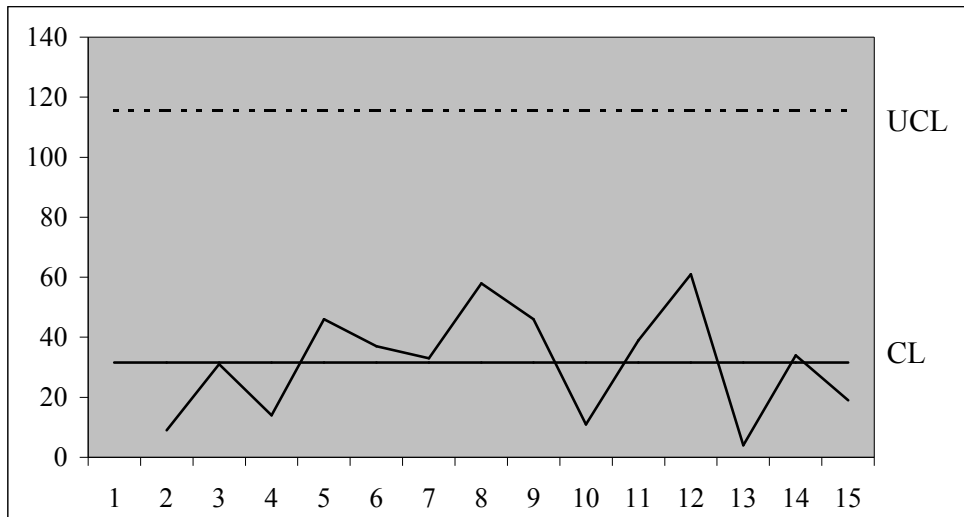


Рис.29 Контрольная карта размахов (R-карта)

Из X – карты видно, что ни одно из значений измеряемой величины не вышло за пределы регулирования и даже не приблизилось к ним. Из этого можно сделать вывод, что прыгали спортсмены примерно одного класса и не было выявлено *явного* лидера или сильно отстающего прыгуна. Тоже можно сказать и о графике скользящего размаха, который хоть и имеет несколько резких перепадов, но не указывает на явные тенденции процесса. Что позволяет говорить о хорошей форме спортсменов и готовности женской сборной команды к решающим соревнованиям.

### Контрольная карта средних значений и размахов ( $\bar{X} - R$ )

Карта типа  $\bar{X} - R$  применяется при массовом производстве, когда карты типа X неприменимы из-за громоздкости. При использовании карт типа  $\bar{X} - R$  выводы о стабильности (устойчивости) процесса делаются на основе данных, полученных при анализе небольшого числа представителей всех рассматриваемых изделий. При этом все изделия объединяются в партии в порядке изготовления и от каждой партии берутся небольшие выборки, по данным которых строится контрольная карта. Порядок ее построения следующий:

1. Определяется объем партий изделий, из которых берутся выборки. Партия может состояться как выработка за час, смену, или другой период времени, может формироваться из потока одинаковыми группами изделий или другим способом. Желательно, чтобы партии были одинаковыми.
2. Из каждой партии отбирается определенное число деталей – выборка – обычно от двух до десяти, в зависимости от задач, требуемой точности, объема и способа контроля. Для каждой карты объем выборки остается постоянным. Выборкам присваиваются номера  $i$  от 1 до  $n$ . Всего берется 25 – 30 выборочных.
3. В каждой выборке – вычисляется среднее значение  $\bar{X}_i$  и размах  $R_i$ :

$$\bar{X}_i = \frac{1}{k} \sum_{j=1}^k X_j, \quad R_i = X_{j_{\max}} - X_{j_{\min}},$$



где:  $j$  – номер значения в выборке, а  $k$  – объем выборки.

4. После завершения периода наблюдений вычисляется общее среднее значение наблюдаемой величины  $\bar{\bar{X}}$  и средний размах  $\bar{R}$ :

$$\bar{\bar{X}} = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n \bar{X}_i$$

$$\bar{R} = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n R_i$$

Полученные значения наносятся на график.

5. Вычисляются и наносятся на график контрольные границы (границы регулирования) по следующим формулам:

$$UCL_{\bar{X}} = \bar{\bar{X}} + A_2 \bar{R} \quad LCL_{\bar{X}} = \bar{\bar{X}} - A_2 \bar{R}$$

$$CL_{\bar{X}} = \bar{\bar{X}}$$

$$UCL_R = D_4 \cdot \bar{R} \quad LCL_R = D_3 \cdot \bar{R}$$

$$CL_R = \bar{R}$$

Значения коэффициентов в этих формулах зависят от объема выборки и приведены в табл. 16.

Таблица 16

№ строки	Наблюдения в выборке	Средние значения	Коэффициенты для пределов управляемости	
			D3	D4
	n	A2	D3	D4
1	2	1,88	-	3,267
2	3	1,023	-	2,574
3	4	0,729	-	2,282
4	5	0,577	-	2,114
5	6	0,483	-	2,004
6	7	0,419	0,076	1,924
7	8	0,373	0,136	1,864
8	9	0,337	0,184	1,816
9	10	0,308	0,223	1,777
10	11	0,285	0,256	1,744
11	12	0,266	0,283	1,717
12	13	0,249	0,307	1,693
13	14	0,235	0,328	1,672

14	15	0,223	0,347	1,653
15	16	0,212	0,363	1,637
16	17	0,203	0,378	1,622
17	18	0,194	0,391	1,608
18	19	0,187	0,403	1,597
19	20	0,18	0,415	1,585
20	21	0,173	0,425	1,575
21	22	0,167	0,434	1,566
22	23	0,162	0,443	1,557
23	24	0,157	0,451	1,548
24	25	0,153	0,459	1,541

Пример контрольной карты  $\bar{X} - R$ :

На предприятии, выпускающем картофельные чипсы в качестве объекта исследования возьмём длину картофельной палочки после нарезки картофеля полностью автоматическим оборудованием.

Установлено, что длина картофельной палочки должна распределяться следующим образом:

- до 5 сантиметров - 20 %
- от 5 до 7 сантиметров - 40 %
- более 7 сантиметров - 40 %

Завод работает в три смены, в каждую из которых делалось по две выборки объёмом по 5 палочек (4 дня × 3 смены × 2 выборки = 24 выборки).

Следовательно в нашем случае (исследования проводились четыре дня) из каждой партии, соответствующей заводской смене проверялось 10 картофельных палочек. Данные заносились в табл. 17.

Таблица 17

Номер	20 мая 1999 года						21 мая 1999 года						22 мая 1999 года						23 мая 1999 года					
	I		II		III		I		II		III		I		II		III		I		II		III	
	1	2	1	2	1	2	1	2	1	2	1	2	1	2	1	2	1	2	1	2	1	2	1	2
1	2,4	8,5	6,7	5,4	4,7	5,9	5,0	4,5	6,8	7,4	8,5	9,5	8,6	3,5	5,0	8,6	5,6	8,4	4,0	6,7	5,0	7,1	6,2	9,0
2	8,1	5,0	9,0	6,3	4,3	9,1	2,5	9,1	5,5	2,3	7,1	4,4	6,4	8,8	9,5	8,2	9,0	7,0	5,6	7,4	9,1	6,5	7,8	6,9
3	5,3	3,1	6,1	2,1	9,6	7,5	8,1	5,8	8,5	8,2	9,0	4,9	9,5	8,1	4,4	5,9	8,1	7,5	4,9	2,5	7,3	8,3	2,0	7,6
4	7,0	9,2	3,6	7,2	6,4	3,0	9,8	8,6	4,4	9,6	6,0	6,3	4,9	7,0	7,4	3,1	2,4	5,6	8,9	6,1	4,5	4,0	8,4	2,5
5	7,7	6,6	9,1	9,0	8,0	5,5	5,2	7,0	6,3	6,0	3,6	7,4	5,7	5,6	6,3	5,7	4,9	3,5	8,0	9,5	7,9	6,1	5,5	6,4
$x_i$	6,1	6,4	6,9	6,0	6,6	6,2	6,1	7,0	6,3	6,3	6,8	6,5	7,0	6,6	6,5	6,3	6,0	6,4	6,3	6,4	6,6	6,4	6,0	6,5
$\bar{x}_i$	6,3						6,5						6,5						6,4					
$\bar{x}_i$	6,4																							
$R_i$	5,7	6,1	5,5	6,9	5,3	6,1	7,3	4,6	4,1	7,3	5,4	5,1	4,6	5,3	5,1	5,5	6,6	4,9	4,9	7,0	4,6	4,3	6,4	6,5
$R_i$	5,6																							

Для построения контрольных карт необходимо вычислить:

$$\begin{aligned} UCL_X &= \bar{X}_i + A_2 \cdot \bar{R} & LCL_X &= \bar{X}_i - A_2 \cdot \bar{R} & CL_X &= \bar{X}_i \\ UCL_R &= D_4 \cdot \bar{R} & LCL_R &= D_3 \cdot \bar{R} & CL_R &= \bar{R} \end{aligned}$$

При вычислении необходимо использовать коэффициенты  $A_2, D_3, D_4$ , значения которых берём из табл. 16 в строке №23 (в соответствии с общим объемом выборки). По нашей более подробной и разработанной таблице:  $\bar{X}_i$  соответствует  $\bar{\bar{X}}_i$ .

$$\begin{aligned} UCL_X &= 6,4 + 0,157 \cdot 5,6 = 7,28; & LCL_X &= 6,4 - 0,157 \cdot 5,6 = 5,52; & CL_X &= 6,4; \\ UCL_R &= 1,548 \cdot 5,6 = 8,67; & LCL_R &= 0,451 \cdot 5,6 = 2,52; & CL_R &= 5,6. \end{aligned}$$

Нанесём полученные контрольные границы и значения параметра на контрольные карты: по вертикальной оси откладываются значения  $\bar{X}_i$  и R, а по горизонтальной оси – номера выборок (Рис.30, 31).

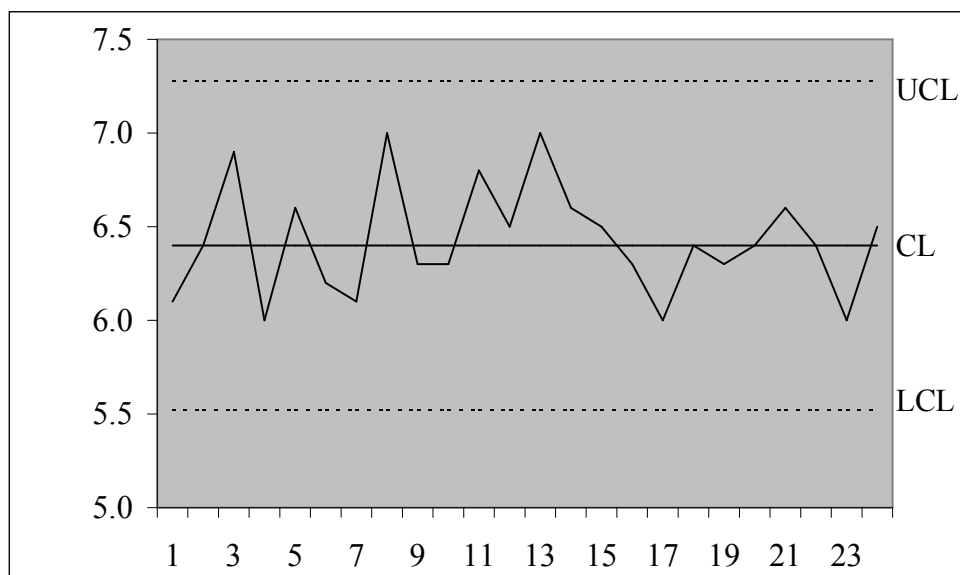


Рис.30 Контрольная карта  $\bar{X}$  -типа

Судя по обоим графикам можно сказать, что процесс стабилен и полностью отвечает установленным нормативам (нет ограничений по длине картофельной палочки, есть только заданный закон распределения их длин, который в нашем примере вполне соблюден).

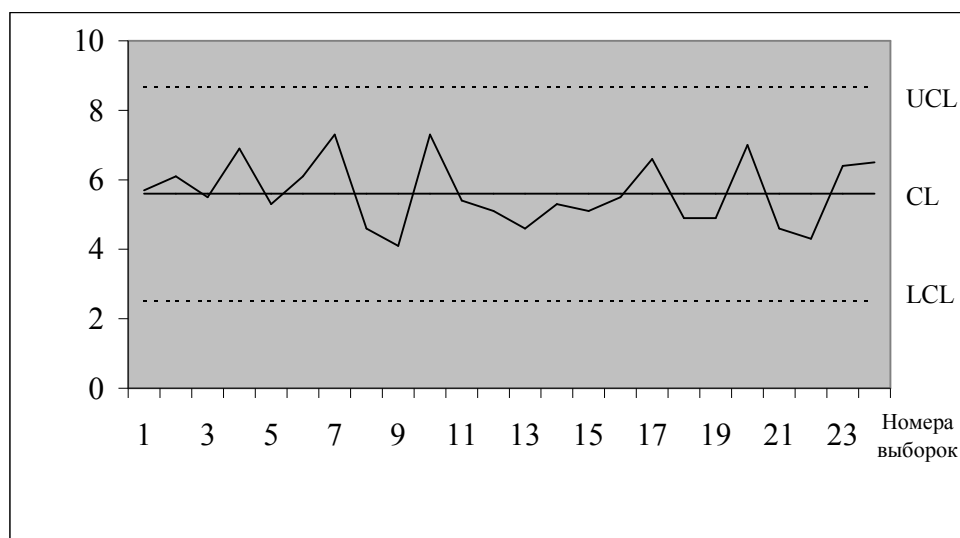


Рис.31 Контрольная карта R-типа

Рассмотрим второй пример использования этого типа контрольной карты:

Клиенты жалуются, что государственное учреждение слишком долго оформляет выдачу определённого типа разрешений. Начальник конторы решил собрать данные для проверки продолжительности цикла оформления разрешения на основании пяти обращений, делаемых каждую неделю. При этом были получены следующие результаты:

Таблица 18

Неделя	Продолжительность (дни)					$\bar{X}$	R
1	36	33	43	51	33	39,2	18
2	31	50	33	54	37	41	23
3	43	41	46	26	37	38,6	20
4	41	40	36	56	29	40,4	27
5	34	26	33	42	28	32,6	16
6	59	33	47	51	65	51	32
7	31	41	52	38	40	40,4	21
8	40	40	38	65	51	46,8	27
9	25	47	50	61	56	47,8	36
10	37	48	46	61	49	48,2	24

Для объёма выборки  $n = 5$  значения  $A_2, D_3, D_4$  составляют соответственно: 0,577; 0 и 2,114 соответственно, что даёт:

- $\bar{X} = 42,6$ ; верхнее предельное отклонение  $42,6 + 0,577 \times 24,4 = 56,68$ ; нижнее предельное отклонение  $42,6 - 0,577 \times 24,4 = 28,52$ .
- $\bar{R} = 24,4$ ; верхнее предельное отклонение  $24,4 \times 2,114 = 51,6$ ; нижнее предельное отклонение  $24,4 \times 0 = 0$ .

Ни среднее, ни диапазон не потеряли статистической управляемости. Поэтому служащие не могли ничего предпринять для исправления ситуации, а начальник должен проанализировать применяемые методы работы с целью упорядочения процесса и применения в работе учреждения методов, используемых в поточном производстве.

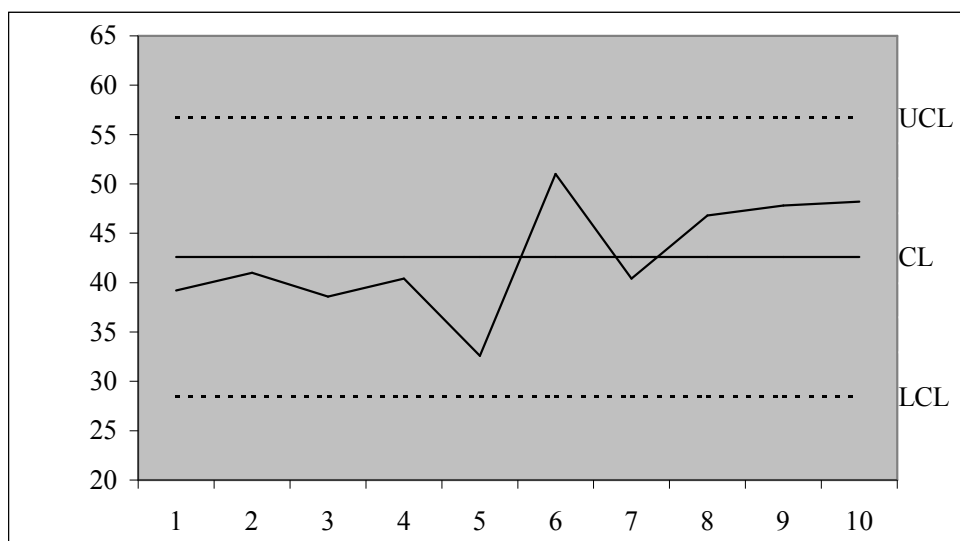


Рис.32 Контрольная карта  $\bar{X}$ -типа

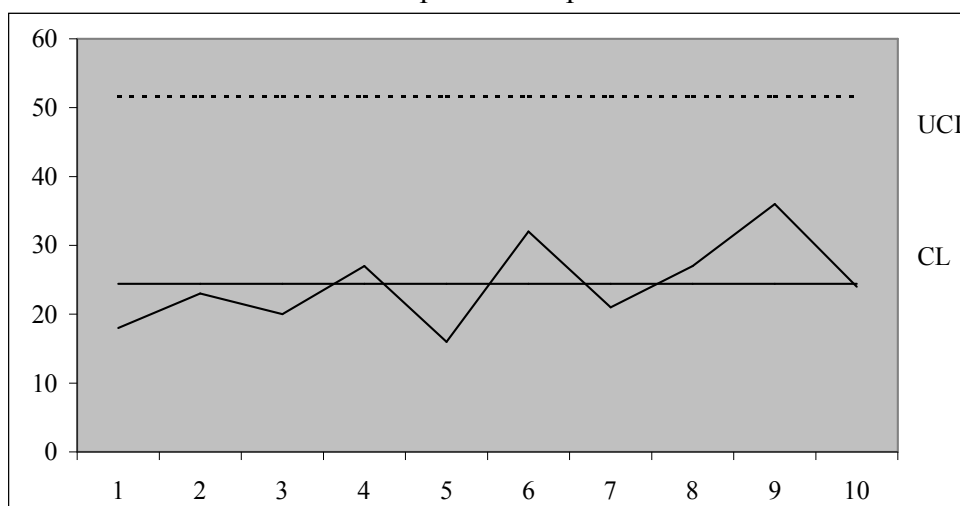


Рис.33 Контрольная карта R-типа

### Контрольная карта средних значений и средних квадратичных отклонений ( $\bar{X} - S$ )

Данная карта практически идентична карте  $(\bar{X} - R)$ , но точнее её и может рекомендоваться при отладке технологических процессов при массовом производстве ответственных деталей. Её можно применить в случаях, когда имеется система встроенного контроля с автоматическим вводом данных в ЭВМ, используемые для автоматического управления процессом.

В картах  $\bar{X} - S$  вместо размаха R используется более эффективная статистическая характеристика рассеивания наблюдаемых значений – среднее квадратичное отклонение (S). Она показывает насколько тесно группируются отдельные значения вокруг средней арифметической или как они рассеиваются вокруг неё. Среднее квадратичное отклонение определяется по формуле:

$$S = \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^n (x_i - \bar{x})^2}{n}}$$

В остальном построение и применение карты  $(\bar{X} - S)$  не отличается от карты  $(\bar{X} - R)$ .

Иногда для контроля используется карта (Me – R) – контрольная карта медиан и размахов. Медиана – это среднее значение в выборке, если все значения расположены в порядке возрастания или убывания. В выборке из трёх значений медиана – второе значение, в выборке из пяти значений медиана занимает третье место. Такая карта менее точна, чем карта  $(\bar{X} - R)$ , но она проще в пользовании и нередко применяется.

В качестве примера контрольной карты средних значений и средних квадратичных отклонений рассмотрим контроль точности попадания в мишень на спортивных соревнованиях с участием 7 стрелков. Объект измерения и контроля – расстояние места попадания от центра мишени. Радиус мишени составляет 15 сантиметров. Если расстояние между местом попадания и центром составляет более 15 сантиметров говорят, что спортсмен попал в «молоко» и не засчитывают ему очки за этот выстрел. Каждому стрелку предоставляется по 3 выстрела, и его результат определяется как сумма набранных баллов. Точность стрельбы представлена в табл.19.

Для построения контрольной карты необходимо вычислить:

$$\begin{aligned} UCL_x &= \bar{X}_i + A_2 \cdot \bar{S} & LCL_x &= \bar{X}_i - A_2 \cdot \bar{S} & CL_x &= \bar{X}_i \\ UCL_s &= D_4 \cdot \bar{S} & LCL_s &= D_3 \cdot \bar{S} & CL_s &= \bar{S} \end{aligned}$$

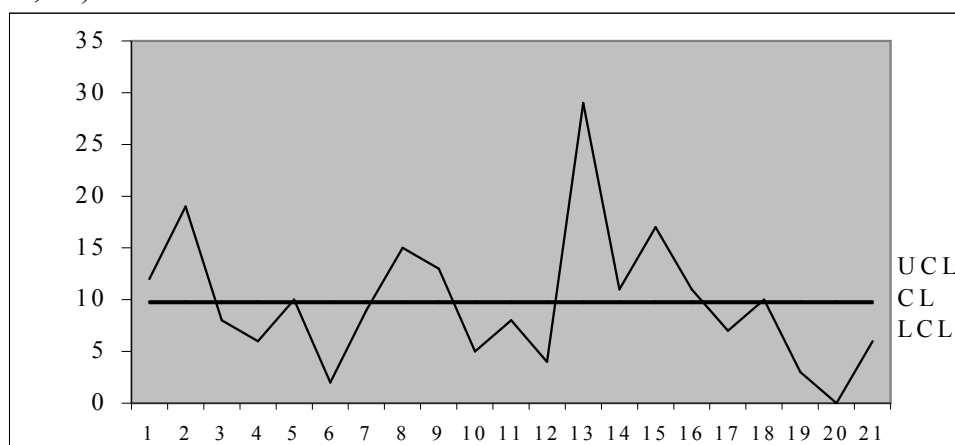
При вычислении необходимо использовать коэффициенты  $A_2, D_3, D_4$ , значения которых берём из табл. 16 в строке №20 (в соответствии с объемом выборки):

$$\begin{aligned} UCL_x &= 9,76 + 0,173 \cdot 4,94 = 10,6; & LCL_x &= 9,76 - 0,173 \cdot 4,94 = 8,9; & CL_x &= 9,76 \\ UCL_s &= 1,575 \cdot 4,94 = 7,78; & LCL_s &= 0,425 \cdot 4,94 = 2,1; & CL_s &= 4,94 \end{aligned}$$

Таблица 19

№ Участника	№ Выстрела	Расстояние $X_i$	Среднее расстояние $\bar{X}$	Отклонение $X_i - \bar{X}$	Квадрат Отклонения $(X_i - \bar{X})^2$	Среднее квадратичное отклонение $\sqrt{(X_i - \bar{X})^2}$
1	1	12	9,76	2,24	5,0	2,24
	2	19		9,24	85,4	9,24
	3	8		-1,76	3,1	1,76
2	1	6		-3,76	14,14	3,76
	2	10		0,24	0,06	0,24
	3	2		-7,76	60,2	7,76
3	1	9		-0,76	0,58	0,76
	2	15		5,24	27,46	5,24
	3	13		3,24	10,5	3,24
4	1	5		-4,76	22,66	4,76
	2	8		-1,76	3,1	1,76
	3	4		-5,76	33,2	5,76
5	1	29		19,24	370,2	19,24
	2	11		1,24	1,54	1,24
	3	17		7,24	52,42	7,24
6	1	11		1,24	1,54	1,24
	2	7		-2,76	7,62	2,76
	3	10		0,24	0,06	0,24
7	1	3		-6,76	45,7	6,76
	2	0		-9,76	95,26	9,76
	3	6		-3,76	14,14	3,76

Нанесём полученные контрольные границы и значения параметра на контрольные карты (рис.34, 35):

Рис.34 Контрольная карта  $\bar{X}$  -типа

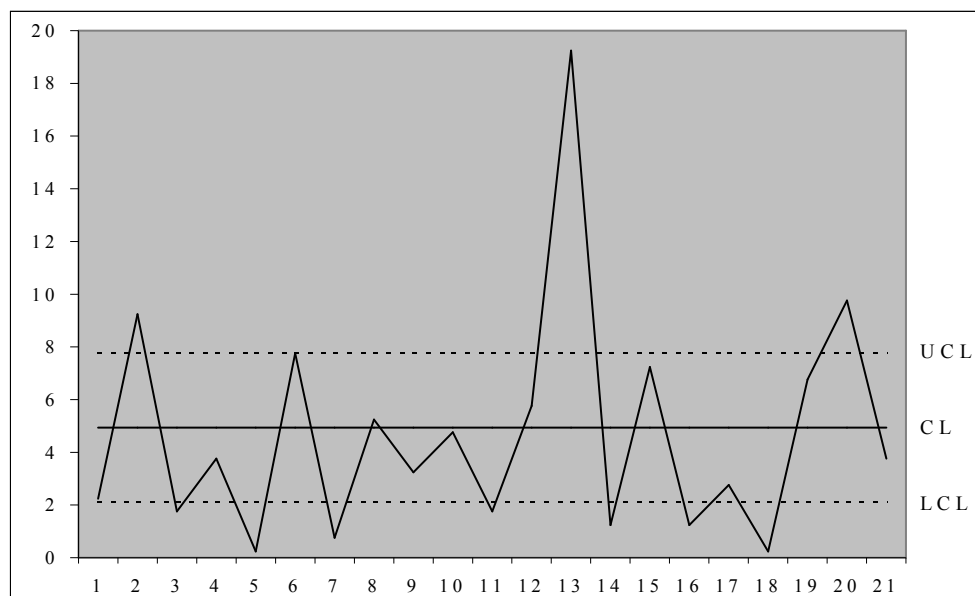


Рис.35 Контрольная карта S-типа

Построенные диаграммы позволяют сделать следующее заключение: исследуемый процесс не является статистически управляемым (множественные выходы значений за контрольные пределы). Из чего следует, что в соревнованиях принимали участие спортсмены разной квалификации. Максимальное отклонение на тринадцатом выстреле свидетельствует о полной неготовности спортсмена к соревнованиям или о каком – то серьёзном происшествии (помехе выстрелу).

В качестве рекомендаций можно выдать введение в систему отборочных туров.

### Контрольная карта числа дефектных изделий в партии (рп)

Каждому признаку качества должна соответствовать своя карта, однако из экономических соображений карты применяют для контроля лишь критических признаков. Есть признаки, которые нельзя исследовать с помощью измерительных приборов, например степень загрязнения или интенсивность окрашивания. В этом случае применяют визуальный контроль. Часто сознательно отказываются от измерения, выражаемого числом, например, когда используют калибры. Проверенные изделия классифицируют на годные и дефектные.

Карта типа **рп** используется, когда контроль качества продукции производится по альтернативному признаку и применяется для отслеживания числа дефектных изделий в одинаковых партиях продукции. Число бракованных изделий (**рп**) статистически описывается биномиальным законом распределения. Порядок построения:

1. Все изделия в порядке их изготовления объединяются в одинаковые по количеству партии, каждой из которых присваивается порядковый номер  $j$  от 1 до  $k$ , где  $k \approx 25 \div 30$ .
2. При контроле определяется число дефектных изделий  $m_j = рп_j$  в каждой  $j$ -ой партии. Значение  $рп_j$  заносится в контрольную карту.



3. Когда набирается 25 – 30 точек, вычисляется среднее значение по формуле:

$$CL = \frac{1}{k} \cdot \sum_{j=1}^k (pn)_j = \frac{1}{k} \cdot \sum_{j=1}^k p_j \cdot n$$

4.  $UCL = \bar{pn} + 3\sqrt{(\bar{pn} \cdot (1 - \bar{p}))}$  ;  $LCL = \bar{pn} - 3\sqrt{(\bar{pn} \cdot (1 - \bar{p}))}$

Данные о контроле необходимы для следующих целей:

- констатации реального уровня дефектности в наблюдаемый (исследуемый) период;
- анализа процесса и определения реальных возможностей на ближайший плановый период.

Существует также контрольная карта для текущего контроля при малых значениях  $n$ . С ее помощью можно глубже проникнуть в процесс производства и лучше исследовать причины различных отклонений от нормы. Через определенные промежутки времени берут для контроля выборки небольшого объема. При этом детали с отклонениями от нормы исключаются из дальнейшей обработки. Карту заполняют обычно контролеры на конвейере. Промежутки времени между отдельными выборками зависят от чувствительности производственного процесса к помехам, от производительности машин и от объема выборок. Хотя выборки большого объема содержат больше информации, однако это ведет к увеличению издержек. Объем выборок составляет от 5 до 10 % продукции смены. Карта текущего контроля имеет только верхнюю линию, поэтому трудно заметить наступление существенного улучшения в процессе, как это можно увидеть в  $p$  и  $pn$  - картах.

Карту заполняют регулярно. Доля брака в процентах, определяемая по ней, не должна намного превосходить заданной нормы. Значение доли (процента) брака, необходимое для ведения текущего контроля, можно определять по  $p$  - карте.

В  $pn$  карте  $p$  означает долю (процент) дефектных изделий в партии объемом  $n$  единиц.

Контрольные  $p$ -карты и  $pn$ -карты строятся на основе биномиального распределения.

Карта текущего контроля, классифицируя изделия по видам отклонений, дает знать о том, где следует искать нарушения процесса; она позволяет лучше использовать оборудование и материалы, способствует повышению квалификации рабочих и ответственности персонала.

В качестве примера контрольной карты  $pn$  рассмотрим бытовые электрические лампочки. Обычно в процессе продажи этого товара продавец проверяет лампы в присутствии покупателя, отделяя не загоревшиеся при контроле. В течение недели результаты поточной проверки одинаковых партий лампочек (объемом по 100 штук каждая) заносились в специально подготовленную таблицу. Результаты представлены в табл. 20.

Таблица 20

1	2
2	6
3	3
4	8
5	7
6	4
7	9
8	5
9	5
10	7
11	3
12	6
13	5
14	9
15	4
	$\sum_{j=1}^{15} p_n = 83$

Среднее число дефектных изделий определяется как сумма дефектных изделий во всех партиях, делённая на число партий:

$$\bar{pn} = \frac{83}{15} = 5,53.$$

Следовательно средняя доля дефектных изделий составит:

$$\bar{p} = \frac{5,53}{100} = 0,055$$

Рассчитаем контрольные пределы и среднюю линию:

$$UCL = \bar{pn} + 3\sqrt{\bar{pn} \cdot (1 - \bar{p})} = 5,53 + 3\sqrt{5,53 \cdot (1 - 0,055)} = 12,4$$

$$LCL = \bar{pn} - 3\sqrt{\bar{pn} \cdot (1 - \bar{p})} = 5,53 - 3\sqrt{5,53 \cdot (1 - 0,055)} = -1,3$$

$$CL = \bar{pn} = 5,53$$

Нижний контрольный предел не будет нанесён на карту, т.к. он отрицателен и не имеет физического смысла (рис.36).

Исходя из построенной контрольной карты можно сказать, что с точки зрения статистического прогнозирования процесс или рассматриваемое явление является приемлемым, хотя это ещё не означает высокую эффективность использования этого сорта ламп (количество бракованных изделий очень большое, хоть и отличается относительной стабильностью).

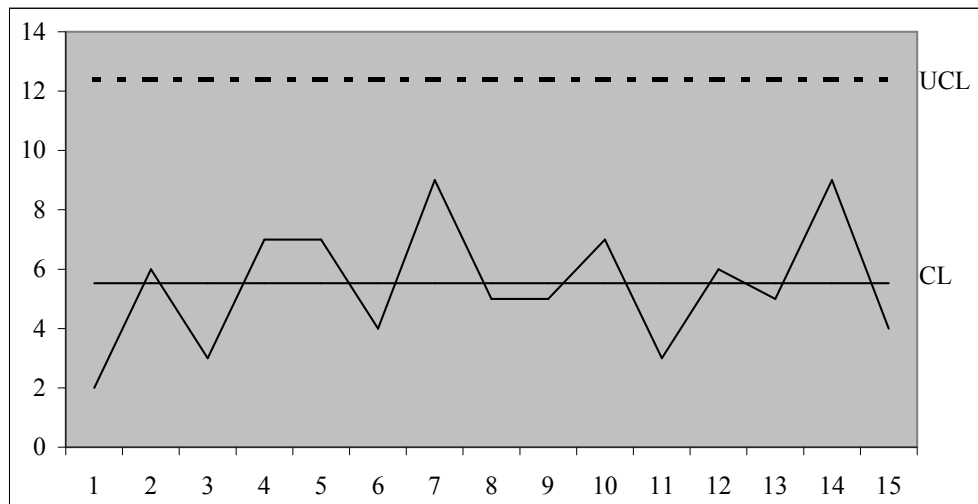


Рис.36 Контрольная карта pп -типа

### Контрольная карта доли дефектной продукции (р)

Карта типа **p** применяется в те же случаях, что и карта **pп**, но она может быть использована при различном числе изделий в каждой партии.

**p** – карта значительно помогает улучшению качества изделий без вмешательства в производственный процесс. Важно сделать **p** - карту доступной всем, участвующим в производстве. Ее можно использовать как при сплошном, так и при выборочном контроле.

Затраты труда при ведении **p** - карты невелики. Ежедневно на подготовленную карту наносят данные о доле брака **p**. На практике величина **p** в большинстве случаев выражается в процентах. Важно только, чтобы число проверенных изделий было не меньше 100.

Порядок построения контрольной карты типа **p**.

1. Определяется число изделий в каждой партии  $n_j$  ( $j$  – порядковый номер партии).
2. Определяется число дефектных изделий в каждой партии  $m_j$ .
3. Вычисляется доля дефектных изделий в каждой партии.
4. При числе партий 25 – 30 вычисляется средняя доля дефектных изделий во всех партиях как отношение суммы этих изделий к сумме всех изделий во всех партиях:

$$\bar{p} = \frac{\sum_{j=1}^k m_j}{\sum_{j=1}^k n_j}$$

Значения  $\bar{p}$  наносятся на график.

5. Вычисляются контрольные границы по формулам:

$$\text{Верхняя граница } UCL = \bar{p} + 3\sqrt{\frac{\bar{p}}{n} \cdot (1 - \bar{p})}$$

$$\text{Нижняя граница} \quad LCL = \bar{p} - 3\sqrt{\frac{\bar{p}}{n} \cdot (1 - \bar{p})}$$

Контрольные границы наносятся на график.

Если величина средней линии дается в процентах, а не в дробных числах, то значения контрольных пределов также должны быть выражены в процентах, т.е.:

$$UCL = \bar{p} + 3\sqrt{\frac{\bar{p}}{n} \cdot \frac{100 - \bar{p}}{n}}$$

$$LCL = \bar{p} - 3\sqrt{\frac{\bar{p}}{n} \cdot \frac{100 - \bar{p}}{n}}$$

Найденные средняя линия и границы регулирования наносятся на контрольную карту. Ординатами точек р-карты служат доли бракованных изделий, а абсциссами - текущие номера контролируемых партий или выборок, взятых из этих партий. Важно помнить, что р-карта используется, когда имеется различный объем выборки.

Работа с р-картой начинается после анализа сводки. По окончании производственного цикла контрольные карты следует систематизировать, чтобы при возобновлении производства не делать сводку заново.

При продолжительном процессе производства особый интерес представляют самые высокие и самые низкие точки. Выход за нижнюю линию является важным сигналом, так как это - следствие или плохого контроля, или значительного улучшения процесса.

Пример построения контрольной р-карты. Данные результатов контроля дефектности изделий для построения контрольной карты приведены в табл. 21.

$$\text{Сумма всех изделий в 24 партиях} \quad \sum_{j=1}^{24} n_j = 2316.$$

$$\text{Сумма дефектных изделий} \quad \sum_{j=1}^{24} m_j = 42.$$

Средняя доля дефектных изделий:

$$\bar{p} = \frac{42}{2316} = 0,018$$

Верхняя контрольная граница:

$$UCL_p = 0,018 + 3\sqrt{\frac{0,018}{96,5} \cdot (1 - 0,018)} = 0,058$$

Таблица 21

Номер партии	Объем партии	Число дефектных изделий	Доля дефектных изделий
$j$	$n_j$	$m_j$	$p_j$
1	90	2	0,022
2	85	3	0,035
3	105	2	0,019
4	104	2	0,01
5	108	3	0,028
6	95	0	0
7	96	1	0,01
8	88	2	0,023
9	94	3	0,032
10	88	2	0,023
11	103	0	0
12	102	1	0,01
13	96	1	0,01
14	88	2	0,023
15	94	3	0,032
16	102	1	0,01
17	103	0	0
18	88	2	0,023
19	104	2	0,019
20	108	3	0,028
21	95	0	0
22	105	2	0,019
23	85	3	0,035
24	90	2	0,022

Нижняя контрольная граница принимается равной нулю.

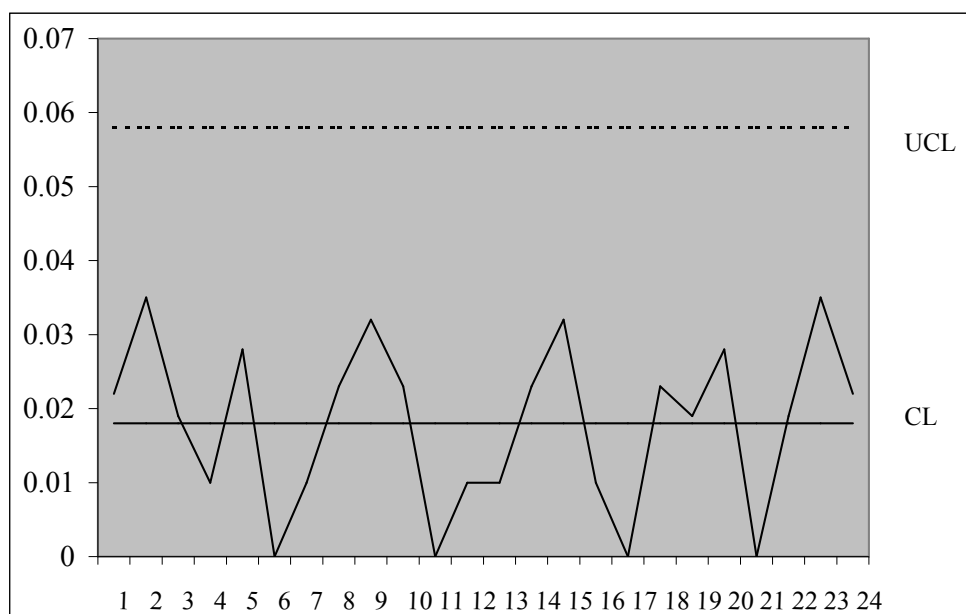


Рис.37 Контрольная карта pп -типа

Техника контрольной карты позволяет также устанавливать дни с низким уровнем дефектности, а следовательно, выявлять сложившиеся производственные ситуации, способствующие наилучшим качественным показателям. Работа с контрольной картой позволяет реализовать на практике принцип диагностики процесса, своевременной его корректировки и обоснованного планирования организационных и технических мероприятий, направленных на существенное улучшение качественных показателей.

### Контрольная карта числа дефектов в партии (С)

В основе использования этой карты лежит распределение Пуассона и постоянство объема проверяемых изделий. Карта применяется, если на изделиях контролируется число однородных дефектов, при этом изделия имеют одинаковые размеры. Например, контролируется число дефектов сварки определённой конструкции, число царапин, непрокраса или неровность в тканях, в коврах и т.д.

С - карту используют для производственного контроля небольших партий изделий. Небольшие предприятия, на которых часто меняется номенклатура изделий при введении статистических методов контроля ввиду недостаточного опыта персонала вначале применяют с - карту. Чувствительность с - карты сравнительно невелика, но ее с успехом можно применить при производстве деталей, контролируемых визуально.

В ее основе лежит средняя процентная доля брака. Контролер ежедневно обходит закрепленные за ним рабочие места и подвергает проверке 12-13 образцов из продукции последнего часа. Накопленную сумму обнаруженных дефектных изделий он каждый час заносит в контрольную карту. Также с - карту применяют для выявления лучшей или худшей единицы оборудования. Проводится  $n$  наблюдений (выборок) на каждой единице оборудования. На карту наносится среднее число дефектных изделий на одну единицу оборудования. То есть по графику становится видно, какое оборудование работает хорошо, а какое плохо.

Порядок построения контрольной карты.

1. Изделия номеруются в порядке изготовления. На каждом из них определяется число дефектов  $c_j$  и наносится на график.
2. Для числа изделий 25-30 определяется среднее число дефектов на изделия  $\bar{c}$ :

$$\bar{c} = \frac{1}{k} \cdot \sum_{j=1}^k c_j,$$

значение  $\bar{c}$  наносится на карту.

3. Верхняя и нижняя контрольные границы вычисляются по формулам:

$$UCL_c = \bar{c} + 3\sqrt{\bar{c}};$$

$$LCL_c = \bar{c} - 3\sqrt{\bar{c}};$$

Контрольные границы также наносятся на карту.

Рассмотрим пример построения контрольной карты. Контролируется число царапин на автомобильных стеклах. Необходимо установить объективные характеристики дефектов, которые могут быть использованы контролерами, чтобы избежать влияния индивидуальных

особенностей операторов. В крайнем случае, когда нет возможности каким-то образом измерять дефекты, контролеры должны иметь эталоны допустимых и недопустимых дефектов.

Результаты контроля числа царапин приведены в табл. 22.

Таблица 22

Номер изделия	j	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20	21	22
Число дефектов	$C_j$	3	1	0	0	2	0	1	2	0	3	0	1	3	1	4	0	0	0	2	2	1	0

Общее число дефектов  $\sum_{j=1}^{22} c_j = 26$ .

Среднее число дефектов на единицу продукта:

$$\bar{c} = \frac{1}{22} \cdot 26 = 1,136.$$

Верхняя контрольная граница:

$$UCL_c = 1,136 + 3\sqrt{1,136} = 4,334.$$

Нижняя контрольная граница равна нулю.

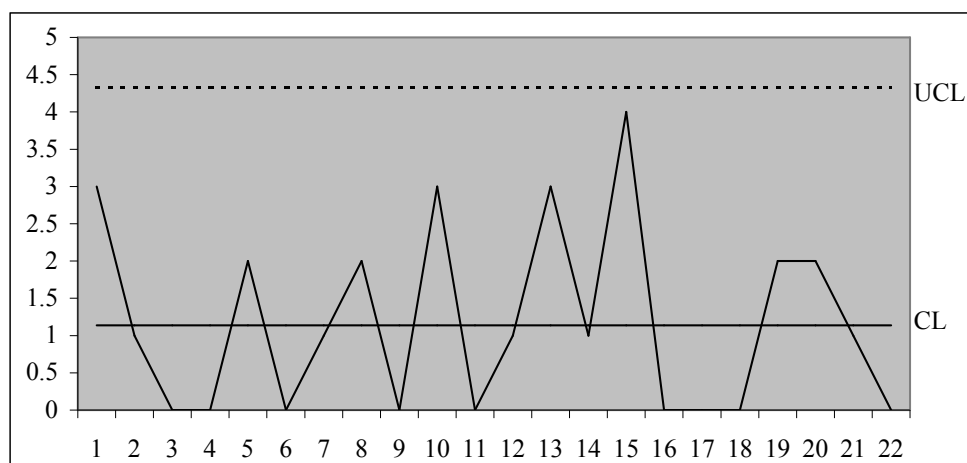


Рис.38 Контрольная карта С -типа

Как видно из рис.38 контрольные точки на карте вписываются в границы регулирования, что свидетельствует о нормальном ходе процесса. Если зафиксированное состояние процесса по качественным показателям устраивает предприятие, то полученные значения (CL, UCL) можно принять как стандартные нормы на ближайший плановый период и выполнять контроль за процессом на основе этих данных.

### Контрольная карта числа (доли) дефектов на единицу изделия (U)

U-карта – применяется к изделиям разных размеров, относя число дефектов к единице измерения (квадратному метру ткани, погонному метру проката и т.п.). Карта применяется также в тех случаях, когда проверяют спорные изделия по более, чем одному качественному признаку. Сюда относятся качественные признаки, которые контролируются в виде калибров, электрическим или химическим способом, либо визуально. Предпосылкой контроля является независимость отклонений друг от друга.

Порядок построения U-карты:

1. Определяются данные по исследуемому параметру. Результаты заносят в таблицу (это значения  $n_j$ ).
2. Определяется число дефектов на каждом изделии  $c_j$ . Результаты заносят в таблицу.
3. Вычисляется число дефектов, приходящихся на единицу измерения продукции  $u_j = \frac{c_j}{n_j}$ .

Результаты наносятся на карту.

4. Вычисляется среднее число дефектов, приходящихся на единицу измерения продукции как отношение суммы дефектов к общему объёму всей проверенной продукции:

$$\bar{U} = \frac{\sum_{j=1}^k c_j}{\sum_{j=1}^k n_j} = \frac{1}{k} \sum_{j=1}^k u_j$$

5. Определяем границы регулирования:  $UCL = \bar{U} + 3\sqrt{\frac{\bar{U}}{n}}$ ,  $LCL = \bar{U} - 3\sqrt{\frac{\bar{U}}{n}}$ .

Пример построения контрольной карты.

Контролируется число дефектов пайки радиосхем шести типов. Результаты контроля и расчетов приведены в таблице 8. Из этих результатов следует, что всего было проконтролировано 3093 точки пайки. На всех объектах контроля выявлено 73 дефекта. Следовательно, среднее число дефектов, приходящихся на каждую точку пайки, составляет:

$$\bar{u} = \frac{73}{3093} = 0,0236$$

Число дефектов, приходящихся на каждую точку пайки, для каждого из проконтролированных изделий приведено в табл. 23.

Среднее число объектов контроля (точек пайки) на каждом из проконтролируемых изделий:

$$\bar{n} = \frac{1}{k} \cdot \sum_{j=1}^k n_j$$

Таблица 23

Номер изделия	Число точек пайки в изделии	Число дефектов пайки	Число дефектов пайки на одно изделие
$j$	$n_j$	$c_j$	$u_j$
1	65	2	0,031
2	65	3	0,046
3	65	0	0



4	65	0	0
5	65	1	0,015
6	78	2	0,026
7	78	0	0
8	78	4	0,051
9	78	2	0,026
10	78	3	0,039
11	78	4	0,051
12	78	0	0
13	118	4	0,034
14	118	2	0,017
15	118	3	0,025
16	118	4	0,034
17	80	3	0,0375
18	80	2	0,025
19	80	0	0
20	80	4	0,05
21	80	2	0,025
22	80	2	0,025
23	80	1	0,0125
24	130	3	0,023
25	130	2	0,015
26	130	6	0,046
27	200	6	0,03
28	200	2	0,01
29	200	1	0,005
30	200	4	0,02
Сумма	3093	73	
Среднее	$\bar{n} = 103,1$	2,43	$\bar{u} = 0,0236$

$$\bar{n} = \frac{3093}{30} = 103,1$$

Верхняя контрольная граница:

$$UCL_U = 0,0236 + 3\sqrt{\frac{0,0236}{103,1}} = 0,069.$$

Нижняя контрольная граница принимается равной нулю.

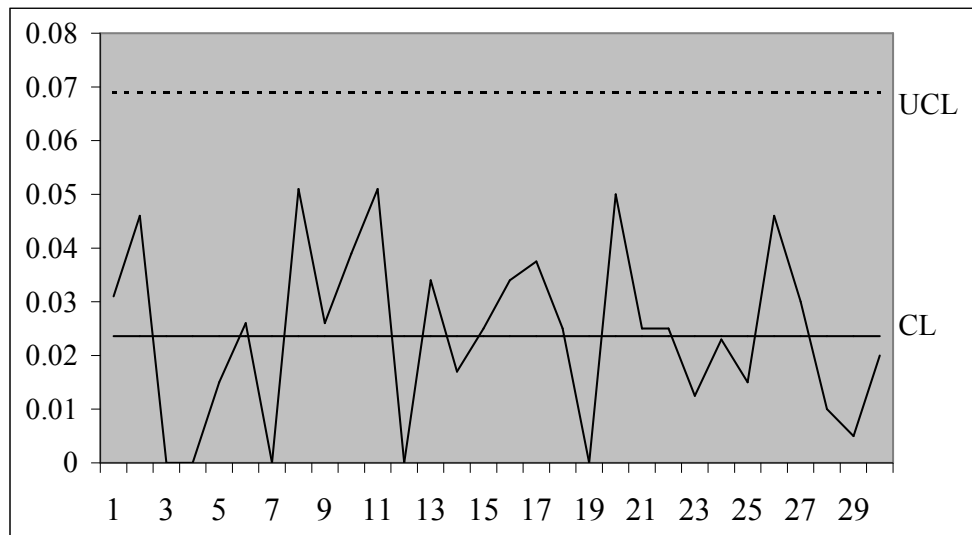


Рис.39 Контрольная карта U –типа

U-карта является более информативной (по сравнению с C-картой), так как является конкретным показателем технологического процесса, особенно когда речь идет об исправлении дефектов. Применение U-карты совместно с контрольным листком дает прекрасные результаты и позволяет существенно уменьшить дефектность, повысить стабильность и улучшить качество технологических процессов. Для повышения чувствительности карт вводят двухсигмовые предупредительные границы регулирования и наблюдение за смещением центра группирования.

## СПИСОК ИСПОЛЬЗОВАННОЙ ЛИТЕРАТУРЫ

1. Р 50-601-20-91. Рекомендации по оценке точности и стабильности технологических процессов (оборудования). – М.: ВНИИС, 1994
2. Ноулер Л. и др. Статистические методы контроля качества продукции. - М.: Изд-во стандартов, 1989.
3. Миттаг Х.-Й. И др. Статистические методы обеспечения качества. Пер. с нем. - М.: Машиностроение, 1995.
4. Методическое пособие по статистическим методам управления качеством продукции. – М.: ВНИИС, 1995
5. Гиссин В.И. Управление качеством продукции: Учебное пособие. –Ростов н/Д: Феникс, 2000.-256с.
6. Гмурман В.Е. Теория вероятностей и математическая статистика. Учеб.пособие для вузов. Изд.6-е, стер.-М.: Высш. шк., 1998.-479с.
7. Спицнадель В.Н. Системы качества (в соответствии с международными стандартами ISO семейства 9000): Учеб.пос.-СПб.: Издательский дом «Бизнес-пресса», 2000.-336с.
8. Волченко В.Н. Вероятность и достоверность оценки качества металлопродукции- М.: «Металлургия», 1979.-88с.
9. Рябенко В.В. Статистические методы сбора и анализа информации для управления производством и качеством продукции/ Промышленная академия. Кафедра систем качества.- Люберцы, 1992.-92с.
10. Статистические методы повышения качества. Под. ред. Хитоси Кумэ: Пер. с англ. –М.: Финансы и статистика, 1990.
11. Михайлова Н.В. Анализ технологического процесса // Надежность и контроль качества, 1995, 2, с. 39-46.
12. Герасимова Г.Е., Стерьхов Ю.А. Статистическое управление технологическим процессом // Надежность и контроль качества, 1995, 2, с. 46-57.
13. Серов М.Е. Современные принципы управления качеством как синтез восточного и западного подходов // Надежность и контроль качества, 1998, 4, с. 24-29.
14. Парк С. Система статистического управления процессами и ее практическое применение в промышленности// Надежность и контроль качества, 1996, 4, с. 56-61.
15. Хирое Цубаки Применение статистических методов во всеобщем менеджменте качества (TQM). Японский метод. Тезисы. // Надежность и контроль качества, 1996, 4, с. 40-45.
16. Лapidус.В.А., Воинова Е.Г., Шешунова Н.А. О практических руководствах «Применение прикладных статистических методов при производстве продукции» // Надежность и контроль качества, 1995, 12, с. 45-54.